МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной программы
_____/ М.Х.Мальсагов
от «27» апреля 2026 года

УТВЕРЖДАЮ
Декан физико-математического факультета

_____/М.Х.Мальсагов
от «28» апреля 2026 года

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В. 02 Алгебра и аналитическая геометрия

Направление подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль подготовки)

Информационные системы и технологии

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очно, заочно, очно-заочно

Магас, 2026

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и аналитическая геометрия» являются:

- овладеть основными методами современной алгебры;

- приобрести опыт использования алгебраических методов в процессе решения задач смежных математических дисциплин (математического анализа, ТВМС, дифференциальных уравнений и т. д);

- получить представление о роли алгебры в системе математического знания и перспективах ее применения в естественных и гуманитарных науках;

- овладеть методами аналитической геометрии.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников.

В рамках освоения данной программы бакалавриата выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов: производственно-технологический, проектный, научно-исследовательский.

Перечень задач профессиональной деятельности выпускников:

Область профессиональной деятельности (по Реестру Минтруда)	**Типы задач профессиональной деятельности**	**Задачи профессиональной деятельности**	**Объекты профессиональной деятельности (или области знания)**
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии	Производственно-технологический	Интеграция программных модулей и компонент	программное обеспечение информационных систем
		Обеспечение функционирования баз данных, предотвращение потерь и повреждений данных, обеспечение информационной безопасности	базы данных и хранилища информации.
		Выполнение работ по созданию (модификации) и сопровождению информационных систем	информационные системы и технологии
		Управление программно-аппаратными средствами инфокоммуникационной системы организации, администрирование сетей	сети и телекоммуникации

	Проектный	Разработка требований и проектирование программного обеспечения	программное обеспечение информационных систем; проекты в области информационных технологий
		Управление проектами в области информационных технологий	проекты в области информационных технологий
		Концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем малого и среднего масштаба и сложности	проекты в области информационных технологий
		Логическое и функциональное создание комплекса программ	проекты в области информационных технологий
		Оценка дизайна интерфейсов информационных систем	интерфейсы информационных систем
40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере организации и проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в области информатики и вычислительной техники)	Научно-исследовательский	Исследование моделей и методов информационных систем и технологий	информационные системы и технологии

Перечень профессиональных стандартов, соответствующих профессиональной деятельности выпускников, освоивших программу бакалавриата по направлению подготовки **09.03.02 Информационные системы и технологии:**

№ п/п	Код профессионального стандарта	Наименование области профессиональной деятельности. Наименование профессионального стандарта

06 Связь, информационные и коммуникационные технологии		
1.	**06.001**	Профессиональный стандарт "Программист", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2013 г. N 679н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 18 декабря 2013 г., регистрационный N 30635), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
2.	**06.011**	Профессиональный стандарт "Администратор баз данных", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 17 сентября 2014 г. N 647н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 г., регистрационный N 34846), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
3.	**06.015**	Профессиональный стандарт "Специалист по информационным системам", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2014 г. N 896н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 декабря 2014 г., регистрационный N 35361), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
4.	**06.016**	Профессиональный стандарт "Руководитель проектов в области информационных технологий", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2014 г. N 893н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 9 декабря 2014 г., регистрационный N 35117), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
5.	**06.022**	Профессиональный стандарт "Системный аналитик", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 28 октября 2014 г. N 809н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 г., регистрационный N 34882), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационныйN 45230)
6.	**06.025**	Профессиональный стандарт "Специалист по дизайну графических и пользовательских интерфейсов", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 5 октября 2015 г. N 689н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 30 октября 2015 г., регистрационный N 39558)
7.	**06.026**	Профессиональный стандарт "Системный администратор информационно-коммуникационных систем", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 5 октября 2015 г. N 684н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 октября 2015 г., регистрационный N 39361)
8	08.007	Профессиональный стандарт «Специалист казначейства банка», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 9 июля 2018 года N 456н https://profstandart-rosmintrud.ru/reestr-profstandartov/. (зарегистрирован в Министерстве юстиции Российской Федерации 26 июля 2018 года, регистрационный N 51705)
40 Сквозные виды профессиональной деятельности		
9.	**40.011**	Профессиональный стандарт «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» (с изменениямина12 декабря 2016 года), утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 4 марта 2014г. №121н(зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 21.03.2014, регистрационный №31692)

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
06.001 Разработка программного обеспечения *(наименование вида профессиональной деятельности)*		
ОКЗ	*2132*	*Программисты*
	2131	*Разработчики и аналитики компьютерных систем*
06.011 Поддержание эффективной работы баз данных, обеспечивающих функционирование информационных систем в организации *(наименование вида профессиональной деятельности)*		
ОКЗ	*2139*	*Специалисты по компьютерам, не вошедшие в другие группы*
06.015 Создание и поддержка информационных систем (ИС) в экономике *(наименование вида профессиональной деятельности)*		
ОКЗ	*1236*	*Руководители подразделений (служб) компьютерного обеспечения*
	2131	*Разработчики и аналитики компьютерных систем*
	2132	*Программисты*
	2139	*Специалисты по компьютерам, не вошедшие в другие группы*
06.016Руководитель проектов в области информационных технологий *(наименование вида профессиональной деятельности)*		
ОКЗ	*1236*	*Руководители подразделений (служб) компьютерного обеспечения*
06.022 Системный аналитик *(наименование вида профессиональной деятельности)*		
ОКЗ	*2131*	*Разработчики и аналитики компьютерных систем*
ОКЗ	*1236*	*Руководители подразделений (служб) компьютерного обеспечения*
06.025Специалист по дизайну графических пользовательских интерфейсов ***(наименование вида профессиональной деятельности)***		
ОКЗ	*2166*	*Графические и мультимедийные дизайнеры*
ОКЗ	*3514*	*Специалисты-техники по Web*
ОКЗ	*2519*	*Разработчики и аналитики программного обеспечения и приложений, не входящие в другие группы*
06.026 Системный администратор информационно-коммуникационных систем ***(наименование вида профессиональной деятельности)***		
ОКЗ	*2149*	*Специалисты в области техники, не входящие в другие группы*
ОКЗ	*2522*	*Системные администраторы*
ОКЗ	*3513*	*Специалисты-техники по компьютерным сетям и системам*
ОКЗ	*2153*	*Инженеры по телекоммуникациям*
ОКЗ	*2523*	*Специалисты по компьютерным сетям*

40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» ***(наименование вида профессиональной деятельности)***		
ОКЗ	*1237*	*Руководители подразделений (служб) научно-технического развития*
ОКЗ	*2145*	*Инженеры-механики и технологи машиностроения*

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Алгебра и аналитическая геометрия» относится к дисциплинам вариативной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата по направлению подготовки **09.03.02 Информационные системы и технологии** очной формы обучения. Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса математики.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин: Математический анализ, Дифференциальные уравнения.

В результате изучения данного курса осуществляются межпредметные связи с такими предметами, как Математический анализ, Дифференциальные уравнения.

3. **Результаты освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и аналитическая геометрия».**

Процесс изучения дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетен-ции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции
УК-1	**УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**	*УК 1.1:* Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;
		УК-1.2.: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;
		УК-1.3.: Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
		УК-1.4.: При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;
		УК-1.5. : Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ОПК-1	ОПК-1. Способен	ОПК-1.1.

	применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Уметет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.

4. **Структура и содержание дисциплины (модуля) «Алгебра и аналитическая геометрия».**

4.1. Структура дисциплины (модуля) «Алгебра и аналитическая геометрия»

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетные единицы, **144** часа

Объем дисциплины и виды учебной работы

	Всего	Порядковый номер семестра			
		1			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	144 (4 з.е.)	144			
Курсовой проект (работа)	Не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад.часах), в том числе:	68	68			
Лекции	36	36			
Практические занятия, семинары	32	32			
Лабораторные работы	Не предусмотрено				
Самостоятельная работа всего (в акад.часах), в том числе:	49	49			
Вид итоговой аттестации:	27	Экзамен 27			
Зачет					
Экзамен		+			
Общая трудоемкость дисциплины	144	144			

№ / №	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Формы промежут. аттест						
			Аудиторная работа					Самостоятельная работа										
			всего	лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Др.виды контак. раб.	Всего	Курсов. раб(.проект)	Подготовка к экз.	Другие виды	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контр.раб	Проверка реферата	Проверка эссе и	Курсовая работа
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**
	Раздел 1. Системы линейных уравнений	1	8	6	2			8										
	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.																	
2.	**Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы.**	1	8	4	4			8										
	Множества. Операция над множествами. Бинарные отношения. Алгебраические операции. Понятие алгебры. Группа. Изоморфизм групп. Кольцо. Изоморфизм колец. Поле. Поле комплексных чисел. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса																	
3.	**Раздел 3. Координаты на прямой и плоскости.**	**1**	**10**	**6**	4			**10**										
	Ось и отрезки оси. Координаты на прямой. Числовая ось. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости. Понятие о декартовых косоугольных координатах. Полярные координаты. Аффинные и прямоугольные декартовы координаты точек на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи аналитической геометрии. Уравнения линий и поверхностей. Полярные координаты точек плоскости.																	
4.	**Раздел 4. Матрицы и определители.**	**1**	**10**	**6**	4			**10**										
	Операции над матрицами. Обратная матрица. Перестановки. Группа подстановок. Определитель квадратной матрицы Решение системы линейных уравнений в матричной форме.											4						

	Правило Крамера.																	
5.	**Раздел 5. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.**	**1**	**6**	**4**	2			**6**										
	Проекция отрезка. Расстояние между двумя точками. Вычисление площади треугольника. Деление отрезка в данном отношении. Преобразование декартовых координат(при параллельном сдвиге осей, при повороте осей, при изменении начала координат и повороте осей).																	
6.	**Раздел 6. Уравнение линии.**	1	8	4	4			8										
	Понятие уравнения линии. Примеры задания линий при помощи уравнений. Примеры вывода уравнений заранее данных линий. Задача о пересечении двух линий. Параметрические уравнения линии. Алгебраические линии.																	
	Раздел 7. Линии первого порядка.	1	8	4	4			8										
	Угловой коэффициент. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Вычисление угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. .Прямая как линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках». Совместное исследование уравнений двух прямых. Нормальное уравнение прямой. Задача вычисления расстояния от точки до прямой. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой в аффинной системе координат. Геометрический смысл линейного неравенства с двумя неизвестными. Уравнение прямой в прямоугольной декартовой системе координат.																	
8.	**Раздел 8. Геометрические свойства линий второго порядка (кривые второго порядка).** Эллипс. Определение эллипса и вывод его канонического уравнения. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет эллипса.	1	6	**4**	2			8										

	Рациональные выражения фокальных радиусов эллипса. Построение эллипса по точкам. Параметрические уравнения эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость. Эллипс как сечение круглого цилиндра. Гипербола. Определение гиперболы и вывод ее канонического уравнения. Исследование формы гиперболы. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола. Полярные уравнения кривых второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Асимптотические направления кривой второго порядка. Центр, касательные и диаметры кривой второго порядка.																	
9.	**Раздел 9. Некоторые простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве.** Декартовы прямоугольные координаты в пространстве. Понятие свободного вектора. Проекции вектора на ось. Проекции вектора на оси координат. Направляющие косинусы. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.	1	6	4	2			6										
10	**Раздел 10. Линейные операции над векторами.** Определение линейных операций и основные свойства линейных операций. Разность векторов. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Координаты векторов на плоскости и в пространстве. Ориентация плоскости и пространства. Основные теоремы о проекциях. Разложение векторов на компоненты. Скалярное произведение векторов и его основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Векторное и смешанное произведение векторов.	1	6	4	2			6										
11	**Раздел 11. Уравнение поверхности и уравнения линии.** Уравнение поверхности.	1	4	2	2			4										

	Уравнение линии. Задача о пересечении трех поверхностей. Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей. Алгебраические поверхности.																	
12	**Раздел 12. Плоскость как поверхность первого порядка. Прямая в пространстве.** Плоскость как поверхность первого порядка. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения плоскости «в отрезках». Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой. Некоторые дополнитеьные предложения и примеры. Уравнение плоскости в пространстве в аффинной системе координат. Уравнение плоскости в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат. Уравнение прямой в пространстве в аффинной системе координат. Уравнение прямой в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат.	1	4	2	2			4										
13	**Раздел 13. Поверхности второго порядка** Метод сечений. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоиды и гиперболоиды. Параболоиды.	1	4	2	2			4										
	Общая трудоемкость, в часах			36	32			68										

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

4.2. Содержание дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия».

Раздел 1. Системы линейных уравнений

Тема 1.1. Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.

Системы линейных уравнений. Равносильность систем. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы

Тема 2.1 Множества, операции над множествами

Множества, операции над множествами, их свойства. Диаграммы Эйлера-Венна. Прямое произведение множеств.

Тема 2.2. Бинарные отношения

Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиение на классы эквивалентности. Фактор-множество. Отношение порядка. Функциональные отношения (отображения). Композиция функций.

Тема 2.3. Алгебраические операции. Понятие алгебры

Бинарные операции, их свойства. Понятие алгебры, подалгебры.

Тема 2.4. Группа. Изоморфизм **групп**

Группа: определение, свойства, примеры. Подгруппа. Изоморфизм групп.

Тема 2.5. Кольцо. Изоморфизм **колец**

Кольцо: определение, простейшие свойства, примеры. Кольцо классов вычетов. Изоморфизм колец.

Тема 2.6. Поле.

Поле: определение, простейшие свойства, примеры. **Тема** 2.7.
Поле комплексных **чисел**

Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Тема 2.8. Системы линейных **уравнений. Метод Гаусса**

Раздел 3. Векторное **пространство**

Тема 3**.1.** Векторное **пространство. Подпространство**

Векторное пространство: определение, простейшие свойства, примеры. Подпространство. Арифметическое векторное пространство.

Тема **3.2. Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Изомор**физм **векторных пространств**

Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора в базисе. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств.

Тема 3.3. Матрицы. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений

Матрицы. Элементарные преобразования матриц. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Тема 3.4. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений

Системы линейных однородных уравнений. Пространства решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы однородных линейных уравнений.

Раздел 4. Матрицы и определители

Тема 4.1. Операции над матрицами. Обратная матрица

Матрицы, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условие обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.

Тема 4.2. Перестановки. Группа подстановок

Перестановки: определение, примеры. Подстановки. Группа подстановок. Четность подстановки.

Тема 4.3. Определитель квадратной матрицы

Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства определителя нулю. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.

Тема 4.4. Решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера

Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система линейных уравнений имеет нетривиальные решения.

Раздел 5. Координаты на прямой и плоскости.

Тема 1.1. Ось и отрезки оси. Координаты на прямой. Числовая ось. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости. Понятие о декартовых косоугольных координатах. Полярные координаты. Аффинные и прямоугольные декартовы координаты точек на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи аналитической геометрии. Уравнения линий и поверхностей. Полярные координаты точек плоскости.

Раздел 2. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.

Тема 2.1. Проекция отрезка. Расстояние между двумя точками. Вычисление площади треугольника. Деление отрезка в данном отношении. Преобразование декартовых координат(при параллельном сдвиге осей, при повороте осей, при изменении начала координат и повороте осей).

Раздел 3. Уравнение линии.

Тема 3.1. Понятие уравнения линии. Примеры задания линий при помощи уравнений. Примеры вывода уравнений заранее данных линий. Задача о пересечении двух линий. Параметрические уравнения линии. Алгебраические линии.

Раздел 4. Линии первого порядка.

Тема 4.1. Угловой коэффициент. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Вычисление угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Прямая как линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках». Совместное исследование уравнений двух прямых. Нормальное уравнение прямой. Задача вычисления расстояния от точки до прямой. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой в аффинной системе координат. Геометрический смысл линейного неравенства с двумя неизвестными. Уравнение прямой в прямоугольной декартовой системе координат.

Раздел 5. Геометрические свойства линий второго порядка (кривые второго порядка).

Тема 5.1. Эллипс. Определение эллипса и вывод его канонического уравнения. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет эллипса. Рациональные выражения фокальных радиусов эллипса. Построение эллипса по точкам. Параметрические уравнения эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость. Эллипс как сечение круглого цилиндра. Гипербола. Определение гиперболы и вывод ее канонического уравнения. Исследование формы гиперболы. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола. Полярные уравнения кривых второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Асимптотические направления кривой второго порядка. Центр, касательные и диаметры кривой второго порядка.

Раздел 6. Некоторые простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве.

Тема 6.1. Декартовы прямоугольные координаты в пространстве. Понятие свободного вектора. Проекции вектора на ось. Проекции вектора на оси координат. Направляющие косинусы. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.

Раздел 7. Линейные операции над векторами.

Тема 7.1. Определение линейных операций и основные свойства линейных операций. Разность векторов. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Координаты векторов на плоскости и в пространстве. Ориентация плоскости и пространства. Основные теоремы о проекциях. Разложение векторов на компоненты. Скалярное произведение векторов и его основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Векторное и смешанное произведение векторов.

Раздел 8. Уравнение поверхности и уравнения линии.

Тема 8.1. Уравнение поверхности. Уравнение линии. Задача о пересечении трех поверхностей. Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей. Алгебраические поверхности.

Раздел 9. Плоскость как поверхность первого порядка. Прямая в пространстве
Тема 9.1. Плоскость как поверхность первого порядка. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения плоскости «в отрезках». Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой. Некоторые дополнитеьные предложения и примеры. Уравнение плоскости в пространстве в аффинной системе координат. Уравнение плоскости в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат. Уравнение прямой в пространстве в аффинной системе координат. Уравнение прямой в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат.

Раздел 10. Поверхности второго порядка
Тема 10.1. Метод сечений. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоиды и гиперболоиды. Параболоиды.

Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы	
				очно	
1	2	3	4	5	
		Раздел 1. Системы линейных уравнений		4	
1	1.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение основных понятий и определений темы:	осн.: 2, доп.: 2, 3 ОЛ [3]	4	

		понятие равносильности системы, понятие решения системы, понятий основная матрица и основной определитель системы. • решение задач и упражнений; стандарт: решение систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными; вариативные: решение систем с параметрами, определение условий совместности системы и количества ее решений;	№ 562, 735 №739 ДЛ[6] № 5.3.9 (а-е)		
		Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы		58	
2	2.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; определения основных операций над множествами, изучение их свойств, доказательства равенств множеств, диаграммы Эйлера - Венна. • решение задач и упражнений; стандарт: доказательство равенств множеств, использование диаграмм Эйлера - Венна. Вариативные: доказательство основных свойств операций над множествами, использование универсального множества, симметрической разности множеств. • подготовка к контрольной работе.	осн.: 3 ДЛ[6] № 1.3.1-1.3.15 № 1.4.9-1.4.17	10	
3-5	2.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение основных определений: определение бинарного отношения, его свойств, определение отношения эквивалентности. Изучение функциональных отношений, отображений. • решение задач и упражнений; стандарт.: определение свойств бинарного отношения. вариативные: построение бинарных отношений с заданными свойствами. Определение свойств отображений, являющихся композицией основных элементарных функций. • подготовка к контрольной работе.	осн.: 3 ДЛ[6] № 1.6.1-1.6.3 № 1.6.6, 1.7.1 № 1.7.14	10	
6	2.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение	осн.: 3,4 доп. 2,3.	6	

		основных свойств бинарных операций, изучение понятия алгебры. • решение задач и упражнений стандарт.: свойства основных арифметических операций на числовых множествах. вариативные: изучение свойств бинарных операций на геометрическом материале и на нечисловых множествах. • подготовка к собеседованию.	ДЛ[6] №2.1.1 №2.1.7-2.1.13		
7	2.4.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств групп. • решение задач и упражнений; стандарт.: задачи на распознавание структуры группы в числовых множествах, вариативные: задачи на узнавание структуры группы на геометрическом материале, на множествах остатков от деления целых чисел на простые числа и т. д.	осн.: 1, 2 доп. 2. ОЛ [3] № 1634, 1635 № 1636 ДЛ[6] №2.3.2, 2.3.13	4	
8	2.5.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств кольца. • решение задач и упражнений; задачи на узнавание структуры кольца, построение примеров кольца, построение примеров делителей нуля.	осн.: 1, 2 допол.: 2 ОЛ [3] № 1709-1723 ДЛ[6] №2.4.1-2.4.3	4	
9	2.6.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, разбор доказательств основных утверждений. • решение задач и упражнений; построение примеров полей, конечных полей, полей классов вычетов, • подготовка к тесту	осн.: 1,2, 5 допол.: 5 ОЛ [3] № 1735, 1736 ДЛ[6] №3.1.1-3.1.12	6	
10-11	2.7.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение теоретического материала по теме.	осн. 2, 3 допол.: 5 ОЛ [5] №2.1-2.35 ДЛ[6] №	12	

		• решение задач и упражнений; стандарт: выполнение операций над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме ,вариативные: рассмотрение групп корней п-й степени из единицы, отыскание первообразных корней.	3.3.9-3.3.21 № 3.3.29		
		• подготовка к контрольной работе, тесту			
12	2.8..	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом; изучение понятия элементарных преобразований системы линейных уравнений, равносильности систем, свободных и связанных переменных. • решение задач и упражнений; стандарт.: решение систем линейных уравнений методом Гаусса. вариативные: решение систем линейных уравнений с параметром. • подготовка к контрольной работе	осн.: 2, 3, 4 допол.: 5 ОЛ [3] № 689-704	6	
		Раздел 3. Векторное пространство		11	
13	3.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных определений темы. Разбор доказательства простейших свойств векторных пространств. • решение задач и упражнений: решение задач на узнавание структуры векторного пространства.	осн.: 1, 3, допол.: 2,3. ОЛ [3] № 1277-1294 № 1310-1313	4	
14-15	3.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: работа по усвоению основных определений линейной зависимости и независимости системы векторов. • решение задач и упражнений: решение задач на определение линейной зависимости и независимости системы векторов. • подготовка к коллоквиуму	осн.: 1, 2, 3, 4 допол.: 2,3. ДЛ[6] № 6.2.7-6.2.9	3	
16-17	3.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: работа с основными определениями темы, доказа-	осн.: 1, 2, 3, 4 допол.:2,3,5. ОЛ[3] №608-	2	

		тельство равенства строчечного и столбцового рангов матрицы, работа с доказательством критерия совместности системы линейных уравнений.. • решение задач и упражнений: решение задач на определение ранга матрицы. Решение задач на применение критерия совместности системы линейных уравнений. • подготовка к коллоквиуму	611 № 619-622		
18	3.4.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: работа с определениями однородной системы линейных уравнений, пространства ее решений, фундаментальным набором решений. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание фундаментального набора решений системы линейных однородных уравнений.	осн.: 1, 2, 3, 4 до пол. :2,3,5. ОЛ[3] № 724-732 № 735-740	2	
		Раздел 4. Операции над матрицами . Обратная матрица		12	
1-2	4.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: усвоение определений основных операций над матрицами и их свойств. • решение задач и упражнений; стандарт: выполнение основных операций над матрицами. вариативные: вычисление результатов возведения некоторых матриц в степень, определение матриц, перестановочных с данной.	осн.: 1, 2, 3,4 доп.: 2, 3, 5. ОЛ [3] № 788-791 № 799, 822 № 836-847	4	
3	4.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определений перестановки, подстановки и их свойств, понятия четности подстановки. • решение задач и упражнений: стандарт.: задачи на построение перестановок и подстановок 77-й степени, построение таблиц	осн.: 1, 2, 4 доп.: 1, 5, 7, 8 ОЛ [3] № 123-138 № 151-154 № 169-173	4	

		операций в группах подстановок 2, 3, 4 степеней, определение четности подстановки : нахождение подгрупп группы подстановок, установление изоморфизма между группами самосовмещений треугольника, квадрата и группами подстановок соответствующей степени.			
4-7	4.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определения определителя и его свойств. • решение задач и упражнений: вычисление определителей 2, 3-го порядка, вычисление определителей третьего порядка по правилу треугольников, вычисление определителей третьего и более высокого порядка методом разложения по строке или столбцу: вычисление буквенных определителей п-го порядка • подготовка к собеседованию		2	
8	4.4.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение теоретического материала по теме. • решение задач и упражнений: решение задач на умение записать систему линейных уравнений в матричной форме, на правило Крамера.		2	
		Раздел 5. Линейные отображения векторных пространств		18	
9	5.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определений суммы и пересечения подпространств, доказательства теоремы о размерности суммы подпространств. • решение задач и упражнений; стандарт: решение задач на отыскание размерности суммы и пересечения подпространств и их базисов. • подготовка к контрольной работе.		13	
10-11	5.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определения линейного отображения, способов задания линейного отображения, понятия матрицы		14	

		линейного оператора. • решение задач и упражнений: решение задач на определение линейного отображения, отыскание матрицы линейного оператора. • подготовка к контрольной работе, коллоквиуму			
12-13	5.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы, доказательства теоремы о том, что множество собственных векторов линейного оператора совпадает с ядром линейного оператора • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание собственных значений и собственных векторов линейного оператора. • подготовка к контрольной работе, коллоквиуму		13	
14-15	5.4.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы. • решение задач и упражнений: решение задач на выполнение операций над линейными операторами, отыскание матрицы суммы и произведения линейных операторов. Подготовка к контрольной работе	осн. 3,4, доп. 2,3,4. ОЛ [3] № 1479-1483 № 1456-1457	14	
16-17	5.5.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: Изучение понятия скалярного произведения векторов и евклидова векторного пространства, его свойств, ортогонального базиса пространства и ортогонального дополнения. • решение задач и упражнений: на вычисление скалярного произведения векторов, применение	осн. 3,4, доп. 2,3,4. ОЛ [3] № 1359-1365	12	
		• свойств скалярного произведения, построения ортогонального базиса пространства методом ортогонализации системы векторов.			
18	5.6.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных определений и понятий темы.	осн. 3,4. . доп. 2,3,4. ОЛ [3] № 1385-1388	2	

		• решение задач и упражнений: решение задач на задание нормы в векторном пространстве, вычисление нормы вектора, построения ортонормированного базиса пространства.			
		Раздел 6. Группы.		48	
1	6.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных определений теории групп, понятия смежного класса, левостороннего и правостороннего разложения группы по подгруппе. • решение задач и упражнений: решение задач на разложения группы по подгруппе.	осн. 1.3,5. доп. 4. ОЛ [3] № 1659 (а-з)	16	
2	6.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий и определений темы, разбор доказательства теоремы Лагранжа. • решение задач и упражнений: решение задач на применение теоремы Лагранжа. Решение задач на порядок элемента группы, построение циклических групп, отыскание их подгрупп.	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1651-1655	16	
3	6.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение понятия нормального делителя группы, фактор-группы, гомоморфизмов групп. Разбор доказательства теоремы о гомоморфизмах групп. • решение задач и упражнений: решение задач на построение фактор-групп по нормальным делителям групп для конечных и бесконечных групп. Построение гомоморфизмов групп.	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1681, 1685 М 1692	16	
		Раздел 7. Кольца.		48	
4	7.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: • изучение основных определений по теме:	осн. 1,2,3, доп. 2,3.	24	
1	2	3	4	5	

		кольца, подкольца, главного идеала и идеала кольца, класса вычетов по идеалу, сравнений по идеалу, их свойств. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание идеалов колец, построение классов вычетов по идеалу кольца, рассмотрение классов вычетов в кольце целых чисел. подготовка к курсовой работе.	ОЛ [3] № 1781-1783	4	
5	7.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение понятия делимости в кольце, понятия простых и составных элементов кольца, ассоциированных элементов кольца, обратимых элементов. Изучение понятий евклидова кольца и кольца главных идеалов. • решение задач и упражнений: решение задач на применение понятий обратимых элементов, ассоциированных элементов, применение свойств делимости в кольцах, задач на выяснение, является ли кольцо кольцом главных идеалов и евклидовым кольцом. • подготовка к коллоквиуму, курсовой работе.	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1785, 1791 № 1793	24	
		Раздел 8. Алгебра многочленов.		60	
6-8	8.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение построения кольца многочленов над областью целостности как трансцендентного расширения области целостности, понятия корня многочлена, деления многочлена на двучлен, схемы Горнера. Изучение многочленов над полем, понятия НОД и НОК многочленов, алгоритма Евклида, теоремы о делении с остатком, кратных корней многочлена, формальной производной многочлена. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание НОД и НОК многочленов, определение кратности корня многочлена, отделение кратных множителей многочлена. • подготовка к коллоквиуму, курсовой работе.	осн. 2,3, доп. 2,3,5		
			ДЛ[5] № 2501-2505		

			№ 2603		
9-11	8.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: • изучение основных определений и понятий по теме, построения кольца многочленов от нескольких переменных как простого расширения кольца \шогочленов от одной переменной, понятия лексико-графического упорядочивания членов многочлена, высшего члена многочлена, понятия симметрического многочлена,	осн. 2,3, доп. 2,3,5.	18	
		элементарных симметрических многочленов, доказательства леммы о высшем члене многочлена и основной теоремы о симметрических многочленах. • решение задач и упражнений: решение задач на лексико-графическое упорядочивание членов многочлена, на применение основной теоремы о симметрических многочленов, а также на применение теории симметрических многочленах к решению симметрических систем уравнений от двух и более переменных. подготовка к курсовой работе.			
			ДЛ[5] №3109-3110		
12-16	8.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение доказательства основной теоремы алгебры комплексных чисел, теорем о сопряженности мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами, формул Виета, разложения многочленов на неприводимые множители, вопроса о наличии и свойствах рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами, критерия неприводимости Эйзенштейна. • решение задач и упражнений: решение задач на разложение многочленов на неприводимые множители, отыскание рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами, решение алгебраических уравнений третьей и четвертой степени. • подготовка к собеседованию, контрольной работе	осн. 2,3, доп. 2,3,5 ДЛ[5] № 2701-2708 № 2802, 2809.	20	

		Раздел 9. Элементы теории полей.		48	
17	9.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы , их определение, понятия минимального многочлена алгебраического элемента, степени алгебраического элемента, строения простого алгебраического расширения поля. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание минимального многочлена алгебраического элемента поля. • подготовка к контрольной, курсовой работам	осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.1-12.3.12	20	
18	9.2	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение понятия конечного алгебраического расширения поля, понятия алгебраического числа, поля алгебраических чисел, его алгебраической замкнутости. • решение задач и упражнений	осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.10	14	
	9.3	алгебраичности чисел, отыскание минимального многочлена алгебраического числа, освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.		14	

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с

Вид работ	**Методические рекомендации**
Лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
Практ. занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решениидомашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачах. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.

Самост. работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашние задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практический занятий. При решение задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы.Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы
Подготовка к экзамену	Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательно уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего контроля являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена

«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр.работа(проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-1
2	Тестирование. Подготовка к тестированию(оценка результатов)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-1

3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-1
4	Экзамен в первом семестре	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре	УК-1, ОПК-1
5	Экзамен в первом семестре	Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре	УК-1, ОПК-1
6	Экзамен в первом семестре	Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-1

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации.

Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине « Алгебра и аналитическая геометрия».

Вариант -1.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix};\ \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix};\ \mathrm{D} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix};\ \mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$

Вариант -2.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2\mathrm{x} - 4\mathrm{y} + 3\mathrm{z} = 1 \\ \mathrm{x} - 2\mathrm{y} + 4\mathrm{z} = 3 \\ 3\mathrm{x} - \mathrm{y} + 5\mathrm{z} = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 9 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \ \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \ \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \ \mathrm{D} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \ \mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T.$$

Вариант -3.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x+2y+3z=5 \\ 2x-y-z=1 \\ x+3y+4z=6 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x)=7x^2+9x-4 \quad \text{и} \quad A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 8 \\ -1 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix};\ \mathrm{C}=\begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix};\ \mathrm{D}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix};\ \mathrm{E}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(B \cdot E\right)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

Вариант -4.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f\left(x\right) = 3x^2 + 3x - 7 \qquad \text{и} \qquad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ \mathrm{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix};\ \mathrm{C}=\begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix};\ \mathrm{D}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix};\ \mathrm{E}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^{T} = \frac{1}{3} \cdot x.$$

Вариант -5.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & \mathrm{x}+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & \mathrm{x} \end{vmatrix} > 0\,.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$f(x) = -x^2 - 2x - 1$ и $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц А:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 5 & 7 & -11 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix};\ D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix};\ E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot x$$

Вариант -6.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} ax & a^2+x^2 & 1 \\ ay & a^2+y^2 & 1 \\ az & a^2+z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$f(x) = -3x^2 - 3x + 7$ и $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix};\ D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix};\ E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot x$$

Вариант -7

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} > 0 .$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} m+a & m-a & a \\ m+a & 2n-a & a \\ a & -a & a \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x) = 9x^2 + 2x + 10 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot x$$

Вариант -8.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3xy+z=8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 2x \\ 8 & 10 & -1 \\ 2 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x) = -7x^2 - 7x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \ \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \ \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \ \mathrm{D} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \ \mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot x$$

Вариант -9.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 & -8 \\ 6 & -1 & -x \\ 5 & 1 & x+2 \end{vmatrix} = 10.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x) = -9x^2 + 5x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 4 & 1 & 1\\ -1 & 2 & -2\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}14\\ -11\\ 22\end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & 3\end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$(A\cdot B)^T-3\cdot C=x$$

Вариант -10.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases}x+2y+z=4\\ 3x-5y+3z=1\\ 2x+7y-z=8\end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix}4 & x+4 & -1\\ 2 & 4 & 6\\ 10 & -9 & x+2\end{vmatrix}>-3.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 5\\ 3 & -4 & 7\\ -3 & 12 & -15\end{vmatrix}$$

4. Найти f (A), если заданыf(x) и A.

$$f(x)=-8x^2-7x+3 \quad \text{и} \quad A=\begin{pmatrix}-1 & 8\\ 3 & -2\end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0\\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix};\ \mathrm{B}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 4 & 1 & 1\\ -1 & 2 & -2\end{pmatrix};\ \mathrm{C}=\begin{pmatrix}14\\ -11\\ 22\end{pmatrix};\ \mathrm{D}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & 3\end{pmatrix};\ \mathrm{E}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\left(B-E\right)^{T}=C\cdot A+2\cdot x$$

Вопросы к экзамену

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Элементарные преобразования матриц.
2. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
3. Критерий совместности системы линейных уравнений. Число решений системы линейных уравнений.
4. Теоремы об изоморфизме конечной циклической группы и группы корней n-ой Степени из 1, бесконечной циклической группы и группы $\langle \mathrm{Z},+\rangle$
5. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
6. Теорема Лагранжа. Следствия.
7. Теорема о ранге произведения матриц.
8. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
9. Перестановки и подстановки. Чётность перестановки.
10. Гомоморфизмы групп: определение, свойства. Ядро гомоморфизма.
11. Определитель квадратной матрицы: определение, простейшие свойства.
12. Пересечение и сумма подпространств. Примеры.
13. Миноры и алгебраические дополнения.
14. Прямая сумма подпространств: определение, признаки, примеры.
15. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
16. Евклидово векторное пространство: определение, свойства, примеры.
17. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
18. Ортогональное дополнение к подпространству: определение, свойства.
19. Группа: определение, простейшие свойства. Примеры.
20. Норма вектора: определение, свойства. Ортонормированный базис пространства.
21. Подгруппы. Необходимые и достаточные условия подгрупп.
22. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
23. Порядок элемента группы. Циклические группы.
24. Свойства решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.

25. Смежные классы по подгруппе: определение, свойства, примеры.
26. Единичная матрица. Элементарные матрицы.

27. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность. Свойства нормальных делителей.

28. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.

29. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп.
Подстановки n-ой степени. Свойства подстановок. Циклы.

30. Линейная оболочка системы векторов. Подпространство векторного пространства.
Дальнейшие свойства определителей. Необходимое и достаточное условие равен ства определителя нулю.

31. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
Скалярное умножение векторов: определение, свойства, примеры.

32. Определитель произведения матриц.
33. Ортогональная система векторов. Ортогональный базис пространства. Процесс ортогонализации.

34. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
Обобщённый закон ассоциативности.

35. Линейные отображения векторных пространств: определение, простейшие свойства, примеры. Способы задания линейных операторов. Матрица линейного оператора.

36. Связь между базисами векторного пространства. Связь между координатами вектора в различных базисах.

37. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобные матрицы. Равенство рангов подобных матриц.

38. Операции над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Образ, ядро, ранг, дефект линейного оператора. Невырожденные линейные операторы.

39. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

36. Свойства делимости в области целостности.
37. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
38. Кольца главных идеалов, их свойства.
39. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
40. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
41. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
42. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
43. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное

равенство многочленов.

44. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера.
Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.

45. Теорема о делении с остатком.
Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.

46. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.

47. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней.
Построение кольца многочленов от нескольких переменных.

48. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
49. Симметрические многочлены. Основные леммы.
50. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
51. Результант многочленов. Исключение переменных с помощью результанта.
52. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
53. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
54. Многочлены над полем действительных чисел.
55. Решение уравнений 3 степени.
56. Решение уравнений 4 степени.
57. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
58. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
59. Простое алгебраическое расширение поля.
60. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента, его свойства.
61. Теорема о строении простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
62. Конечное расширение поля. Теорема о конечном расширении.
63. Составное алгебраическое расширение.
64. Простота составного алгебраического расширения.

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) Алгебра и аналитическая геометрия

7.1. Учебная литература

Основная литература

1. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра

учебное пособие М.: МФИ. 2009.-469 с.

2. Ким Г.Д., Кричков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия:

Теоремы и задачи. Том 1. М.: Планета знаний, 2007.-469 с.

3. Смирнов Ю.М. «Сборник задач по аналитической геометрии и

линейной алгебре» - М.: Лотос, 2005-372 с.

Дополнительная литература

1. Розердорн Э.Р. Теория поверхностей. 2-ое издание., переработка и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.-304 с.

2. Босс В. Лекции по математике. Т.13: Топология.- М.: Книжный дом «Либроком», 2009-216 с.

3. Виро О.Я., Иванов О.А., Нецветаева Н. Ю. Харламов В. М. Элементарная топология,- М.: МЦНМО, 2007.- 446 с.

4. Антонов В. И. и др. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект.- Проспект, 2011.-139 с.

5. Беклемишева Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.-10-е изд., испр.- М.: ФИЗМАТЛИТ,2005.- 304 с.

6. Еримов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебное пособие.13-е издание,стереот.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005г.- 166с.

7. Лабарский М.Г. Векторная алгебра и ее приложения. Web, 2010г.- 166 с.

8. Просватов Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения. – М.: Альфа-Пресс, 2009г.- 208 с.

9. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Учебное пособие.- М.: МФТИ, 2009г.- 57- с.

10. Ким Г.Д., Кричков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия: Теоремы и задачи. Том 1. М.: Планета знаний, 2007.-469 с.

7.2. Интернет-ресурсы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.

2.	Math.ru	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	Математика	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	www.xplusy. isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	Российское образование.	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.

7.3. Программное обеспечение дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия»

1. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=544419)

2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкнига, 2007**.** – 432 с.

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа:

Том 1.Основы алгебры – 273 с: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140
том 2. Линейная алгебра – 368 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144
том 3. Основные структуры алгебры – 272 с.
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=62951)

4. Дадаян А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=397662)

5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=456995)

6. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Текст] : [Учеб. для физ. спец. и спец. "Прикладная математика"] / В. А. Ильин ; Э.Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974)

7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 2001. - 382 с.

8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 1966. - 381 с.

(http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=464077).

9. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – СПб.: Лань. – 2008. – 222 с.
10. Курош А. Г. Теория групп. М.: Физматлит, 2011 – 805 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=457669)
11. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – СПб.:Лань, 2009. – 335 с.

7.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);
- классическая доска;
-мел.

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «19» сентября 2017г. № 926.

Программу составил:
Доцент кафедры «Математический анализ» Албогачиева М.М.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № 9 от «28» апреля 2026 года

Программа одобрена Учебно-методической комиссией физико- математического факультета

Протокол № 6 от «28» апреля 2026 года

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой

Приложение

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В. 02 Алгебра и аналитическая геометрия

Направление подготовки

09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Направленность (профиль подготовки)

Информационные системы и технологии

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очно, заочно, очно-заочно

Магас, 2026

Оценочные материалы по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

1. Оценочные материалы для текущего контроля раздела «Аналитическая геометрия»

1.1. Тестовые материалы
Раздел 1. «Векторно-координатный метод»

1. Если единичный вектор $\vec{a}$ образует с базисным ортом $\vec{i}$ угол 150°, а с базисными ортами $\vec{j}$ и $\vec{k}$ – равные острые углы, то сумма координат вектора $\vec{a}$ равна

1. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

2. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

3. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

2. Даны векторы : $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{c}=2\vec{i}+5\vec{j}-8\vec{k}$. Проекция вектора $\vec{b}+\vec{c}$ на ось вектора $\vec{a}-\vec{b}$ равна

1. –4

2. $-\frac{3}{7}$

3. 3

3. Если $|\vec{a}|=\sqrt{2}, |\vec{b}|=1$, и $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{11}$, то скалярное произведение векторов $(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+3\vec{b})$ равно

1. –3

2. –2

3. 3

4. Если $|\vec{a}|=\sqrt{2}, |\vec{b}|=1$, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 135°, то площадь параллелограмма, построенного на векторах ($\vec{a}-3\vec{b}$) и ($3\vec{a}-\vec{b}$) , равна

1. 6(кв.ед)

2. 8(кв.ед.)

4. 12(кв.ед)

5. Если векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов и $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=4$, то смешанное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}$ равно

1. 40

2. 60

3. 80

6. Объем тетраэдра с вершинами в точках: A (–3; –3; –2), B (2; –1; –2), C (–1; 1; –2) и D (–2; 0; 4) равен

1. 16

2. 18

3. 20

7. Векторы $\overline{a}\{1,-3,3\}$ ***и*** $\overline{b}\{0,\alpha,-5\}$ ***взаимно перпендикулярны при значении***

1. $\alpha = 5$

2. $\alpha = 3$

3. $\alpha = -5$

8. Модуль вектора $\overline{a}\{2;-3;6\}$ ***численно равен***

1. 5

2. $\sqrt{31}$

3. 7

9 .Если векторы $\overline{a}\{a_x, a_y, a_z\}$, $\overline{b}\{b_x, b_y, b_z\}$ ***и*** $\overline{c}\{c_x, c_y, c_z\}$ ***компланарны, то тогда справедливо, что***

1. $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$

2. $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = \frac{c_x}{c_y}$

3. $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$

4. $\begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ a_x & a_y & c_z \\ b_x & b_y & c_z \end{vmatrix} = 0$

10. Указать верные соотношения для единичных векторов $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$

1. $\overline{i} \perp \overline{j} \perp \overline{k}$

2. $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$ -коллинеарны

3. $|\overline{i}| = |\overline{j}| = |\overline{k}| = 1$

4. $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$ -компланарны

11. Объем тетраэдра с вершинами: A (4,3,0) B (-1,2,1) C(3,4,1) D(5,6,2) равен

1. $\frac{1}{3}$

2. $\frac{1}{2}$

3. $\frac{2}{3}$

12. Смешанное произведение векторов $\bar{a}, \bar{b}$ и $\bar{c}$ ***равно нулю тогда и только тогда,***

когда

1. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис в пространстве R^3

2. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ компланарны

3. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ не образуют базис в пространстве R^3

4. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ взаимно перпендикулярны

13. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}$ ***и*** $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. ***Проекция вектора*** $\vec{a} - 3\vec{c}$ ***на ось вектора*** $\vec{b}$ ***равна***

1. –2

2. –1

3. $\frac{3}{11}$

14. Если единичный вектор $\vec{a}$ ***образует с базисным ортом*** $\vec{i}$ ***угол 60°, а с базисными ортами*** $\vec{j}$ ***и*** $\vec{k}$ ***– равные тупые углы, то сумма координат вектора*** $\vec{a}$ ***равна***

1. $\frac{1-\sqrt{6}}{2}$

2. $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$

3. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

15. Если $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 4$, ***и*** $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{12}$, ***то скалярное произведение*** $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ ***равно***

1. –40

2. –36

3. –52

16. Если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, ***а угол между векторами*** $\vec{a}$ ***и*** $\vec{b}$ ***равен 150°, то площадь параллелограмма, построенного на векторах*** $3\vec{a} - 2\vec{b}$ ***и*** $\vec{a} + \vec{b}$, ***равна***

1. 6(кв.ед.)

2. 7(кв.ед.)

4. 10(кв.ед.)

17. Если векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов и $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 3, |\vec{c}| = 4$, то смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ равно

1. 36

2. 64

3. 72

18. Объем тетраэдра с вершинами в точках: A (4; 2; 2), B (2; 5; 2), C (2; 2; 7) и D (4; 5; 10) равен

1. 9

2. 11

3. 13

19. Если углы, которые единичный вектор составляет с осями координат равны соответственно α, β и γ ., то тогда справедливо соотношение

1. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 0$

2. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma \neq 1$

3. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

4. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma \geq 1$

20. Скалярным произведением векторов $\bar{a}\{a_x, a_y, a_z\}$ и $\bar{b}\{b_x, b_y, b_z\}$ называется число, обозначаемое $\bar{a} \cdot \bar{b}$ и вычисляемое по формуле

1. $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}| \sin\varphi$

2. $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}| \cos\varphi$

3. $\bar{a} \cdot \bar{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

4. $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|$

21. Если вектор $\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b}$, то тогда $\bar{c}$ удовлетворяет условию

1. $\bar{c} \perp \bar{a}$ и $\bar{c} \perp \bar{b}$

2. $|\bar{c}| = |\bar{a}||\bar{b}| \cos\varphi$

3. $|\bar{c}| = |\bar{a}||\bar{b}| \sin\varphi$

4. $\bar{a}, \bar{b}$ и $\bar{c}$ компланарны

22. Смешанным произведением векторов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ называется число равное

1. $\bar{a} \times \bar{b} \cdot \bar{c}$

2. $\bar{a} \cdot \bar{b} \times \bar{c}$

3. $|\bar{a} \times \bar{b}| \cdot \bar{c}$

4. $\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c}$

23. Векторы a и b называются равными, если

1. равны их длины: $|a| = |b|$

2. начала и конец векторов a и b совпадают

3.векторы a и b коллинеарны и их модули равны

4. векторы a и b сонаправлены

24. Модуль вектора векторного произведения двух векторов $\vec{a}$ ***и*** $\vec{b}$ ***численно равен***

1. площади треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

2. площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

3. объему параллелепипеда, построеннного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

4.длине вектора $\vec{a} - \vec{b}$

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Прямая задана уравнением $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$***. Числа*** x_0 ***и*** y_0 ***определяют***

1. координаты нормального вектора прямой

2. координаты направляющего вектора прямой

3. координаты точки, лежащей на прямой

4. среди предложенных вариантов нет верного

2. Прямая задана уравнением $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$***. Числа m и n определяют***

1.координаты нормального вектора прямой

2.координаты направляющего вектора прямой

3. координаты точки, лежащей на прямой

4. среди предложенных вариантов нет верного

3. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности прямых с угловыми коэффициентами k_1 и k_2 ***является равенство:***

1. $k_1 + k_2 = 0$

2. $k_1 - 2\,k_2 = 1$

3. $k_1\ k_2 = -1$

4. Прямая, проходящая через точку A(-2,0) и параллельная прямой 2x+2y+2=0 имеет вид

1. $x + 2y + 2 = 0$

2. $-2x + 2y = 0$

3. $2x + 2y + 4 = 0$

5. Уравнением прямой, содержащей точку A(6,-1) и параллельной прямой: $\frac{x}{-5} = \frac{y}{1}$ ***является прямая***

1. $x + 5y = 2$

2. $x + 5y = 1$

3. $5x + y = 1$

6. Кривой второго порядка $8x^2 + 20y^2 - 24x + y = 7$ ***является***

1. эллипс, не вырожденный в окружность

2. гипербола

3. парабола

4 окружность

7. Кривой второго порядка $4x^2 - 11y^2 - 23x + y = 20$ ***является***

1. эллипс, не вырожденный в окружность

2. гипербола

3. парабола

4 окружность

6. Кривой второго порядка $7x^2 - 28x + y = 26$ ***является***

1. эллипс, не вырожденный в окружность

2. гипербола

3. парабола

4 окружность

8. Кривой второго порядка $6x^2 + 6y^2 - 22x + y = 7$ ***является***

1. эллипс, не вырожденный в окружность

2. гипербола

3. парабола

4 окружность

9. Уравнение $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ ***описывает на плоскости***

1. эллипс

2. окружность

3. точку О (0;0)

4. прямую

10. Уравнение $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ***описывает на плоскости***

1.гиперболу

2.эллипс

3.точку

4.две пересекающиеся прямые

11. Задано уравнение параболы $y^2 = 2x$, ***для которой***

1.расстояние между фокусом и директрисой равно 4

2. координаты фокуса F(1,0)

3.координаты фокуса F(0,-1)

4.координаты фокуса F(2,0)

5.уравнение директрисы x=-1

12. Задано уравнение параболы $x^2 = 6y$, ***для которой***

1. ось OY- ось симметрии кривой

2.кривая имеет две оси симметрии, которыми являются оси координат

3.фокус лежит на оси OX

4. уравнение директрисы y=1,5

13. Директриса параболы $y^2 = -12x$ ***имеет уравнение***

1.$y = -6$

2.$x = 3$

3. $x = -3$

14. Центр кривой $2x^2 + 16x + y^2 = 0$ ***находится в точке***

1. (2;0)

2. (-4;0)

3. (0;2)

15. Если прямая l параллельна прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3}$, ***то тогда координаты ее нормального вектора n***

1. {1,-3}

2. {2,3}

3. {-3,2}

16. Числа x_0 ***и*** y_0 ***в уравнении прямой*** $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$ ***определяют***

1.координаты произвольной точки прямой

2. координаты нормального вектора точки прямой

3. .координаты заданной точки прямой

17. Уравнением прямой, проходящей через точку A(6.-1) параллельно прямой $\frac{x}{-5} = \frac{y}{1}$ ***является***

1. $x + 5y = 2$

2. $x + 5y = 1$

3. $x + 5y + 1 = 0$

18.Общее уравнение прямой, содержащей точки A(3,1) и B(-2,-2) имеет вид

1. $-x-5y+8=0$

2. $3x-5y-4=0$

3. $3x-5y-1=0$

19. Уравнением прямой, содержащей точку A(6.-1) и параллельной прямой $\frac{x}{-5}=\frac{y}{1}$ ***является***

1. $\mathrm{x}+5y=2$

2. $\mathrm{x}+5y=1$

3. $5\mathrm{x}+y=1$

20. Общее уравнение прямой, содержащей точки A(3,1) и B(-2,-2) имеет вид

1 . $-x-5y+8=0$

2. $3x-5y-4=0$

3. $3x+5y-4=0$

21. Уравнение $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$ ***описывает на плоскости***

1. гиперболу

2. окружность

3. точку $\mathrm{O}\ (0;0)$

4. прямую

22. Уравнение $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{64}=1$ ***описывает на плоскости***

1.гиперболу

2.эллипс

3.точку

4.две пересекающиеся прямые

23. Задано уравнение параболы $y^2=12x$, ***для которой***

1.расстояние между фокусом и директрисой равно 6

2. координаты фокуса F(3,0)

3.координаты фокуса F(0,-3)

4.координаты фокуса F(-3,0)

5.уравнение директрисы x=-3

24. Задано уравнение параболы $x^2=-6y$, ***для которой***

1. ось OY- ось симметрии кривой

2.кривая имеет две оси симметрии, которыми являются оси координат

3.фокус лежит на оси OX

4. уравнение директрисы y=1,5

25 . Косинус угла между прямыми равен

1. косинусу угла между их нормальными векторами

2.косинусу угла между их направляющими векторами

3. тангенсу угла между их нормальными векторами

26. Точка М-точка пересечения прямых $x-3y+5=0$ и $x+y-5=0$ и ее

координаты

1. M(1-2)

2. M (0,3)

3. M(2,0)

4. M(2.5,2.5)

27. Прямая $3x+2y-6=0$ отсекает на осях координат Ox и Oy отрезки a и b соответственно равные .

1. $a=2, b=3$

2. $a=3, b=2$

3. $a=0, b=3$

28. Уравнения $Ax^2+By^2+C=0$ является уравнением окружности, если

1. A > C

2. A=0, C не равно 0

3. AC>0

4. A=C

Раздел 3. «Аналитическая геометрия в пространстве»

1.Уравнением плоскости, проходящей через точку A(2,-1,-1) и перпендикулярной прямой $\frac{x+1}{-3}=\frac{y}{3}=z$ является

1. $3x+2y+z-3=0$

2. $3x+2y+z+3=0$

3. $-3x+3y+z-55=0$

2. *Общее уравнение плоскости, содержащей точку $A(1,-5,2)$ и параллельной плоскости $3x-10y+z-2=0$, имеет вид*

1. $x-5y+z-28=0$

2. $3x-10y+z-55=0$

3. $3x-10y-z-15=0$

3. Плоскость $2x-4y+4z+12=0$ перпендикулярна плоскости, определяемой уравнением

1. $2x-4y+4z+1=0$

2. $-4y-4z+14=0$

3. $4y-2z+12=0$

4. Прямая, проходящая через точку А (3,3,-2) и перпендикулярная плоскости

$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ ***определяется уравнением***

1. $3x + 2y + z - 13 = 0$

2. $3x + 2y + z - 1 = 0$

3. $-2x + 2y + 3z + 6 = 0$

5. Нормальным вектором плоскости называется

1.любой вектор, перпендикулярный плоскости

2.любой вектор, параллельный плоскости

3.единичный вектор перпендикулярный плоскости

4. единичный вектор параллельный плоскости

6. Плоскость задана общим уравнением $Ax + By + Cz + D = 0$. ***Укажите (номер или номера) неверного утверждения***

1.нормальный вектор плоскости $n = \{A, B, C\}$

2. если $D = 0$, то плоскость проходит через начало координат

3. если $\mathrm{A} = 0$ уравнение описывает плоскость, параллельный плоскости $\mathrm{XO}Y$

7. Уравнения $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D = 0$ ***приводится к каноническому виду при помощи преобразования***

1. параллельного переноса осей координат

2. поворота осей координат

3. не существует такого преобразования

8. Уравнения $Ax^2 + Bx + Cz^2 + Dy + F = 0$ ***приводится к каноническому виду при помощи преобразования***

1.поворота осей координат

2.параллельного переноса осей координат

3.не существует такого преобразования

9. Если плоскость $3x + By + Cz + D = 0$ ***параллельна плоскости*** $3x - 8y - z + 4 = 0$ ***и проходит через точку*** $(-4, 1, 3)$***, то сумма коэффициентов*** $A + C + D$ ***равна***

1. 13

2. 14

3.15

10. Сумма координат всех точек пересечения плоскости $2x + 4y - 3z - 12 = 0$ ***с осями координат равна***

1.1

2. 4

3. 5

11. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ ***представляет собой***

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

12. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{16}=0$ ***представляет собой***

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

13. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}-\frac{z^2}{16}=-1$ ***представляет собой***

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

14. Прямая, проходящая через точки $\mathrm{A}(3,4,3)$ ***и*** $\mathrm{B}(5,3,3)$ ***, перпендикулярна плоскости***

1. $x-y-3z+1=0$

2. $2x-y+5=0$

3. $x-y-z+1=0$

15. Укажите какие из трех прямых: $1-4y-x=0$, $6-y-4x=0$ ***и*** $-x+4y-4=0$ ***на плоскости перпендикулярны***

1. первая и вторая прямые перпендикулярны

2.первая и третья прямые перпендикулярны

3. вторая и третья прямые перпендикулярны

4. перпендикулярных прямых нет

16.Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(3.3.-2)$ ***перпендикулярно прямой*** $\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ ***является плоскость***

1. $3x+2y+z-13=0$

2. $3x+2y+z-1=0$

3. $-2x+2y+3z+6=0$

17. Общее уравнение плоскости, проходящей точку $A(3,-1,5)$ ***параллельно плоскости*** $9x-2y+z-5=0$***, имеет вид***

1. $3x-y+z-15=0$

2. $3x-y+z-34=0$

3. $9x-2y+z-34=0$

18.Плоскость $3x-y+z-15=0$ ***перпендикулярна плоскости***

1. $9x-2y+z-5=0$

2. $2y-7z+14=0$

3. $x-2y+z-5=0$

19. Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(3,3,-2)$ ***и перпендикулярной прямой*** $\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ ***является***

1. $3x+2y+z-13=0$

2. $3x+2y+z-1=0$

3. $-2x+2y+3z+6=0$

20. Общее уравнение плоскости, содержащей точку $A(3,-1,5)$ ***и параллельной плоскости*** $9x-2y+z-5=0$***, имеет вид***

1.$3x-y+z-15=0$

2. $3x-y+z-34=0$

3. $9x-2y+z-34=0$

21. Плоскость $3x-y+z-15=0$ ***перпендикулярна плоскости***

1. $9x-2y+z-5=0$

2. $2y-7z+14=0$

3. $x+3y+z-10=0$

22. Уравнения $Ax^2+By^2+Cz^2+D=0$ ***приводится к каноническому виду при помощи преобразования***

1. параллельного переноса осей координат

2. поворота осей координат

3. не существует такого преобразования

23. Уравнения $Ax^2+Bx+Cz^2+Dxy+F=0$ ***приводится к каноническому виду при помощи преобразования***

1.поворота осей координат

2.параллельного переноса осей координат

3.не существует такого преобразования

24. Плоскость задана общим уравнением: $Ax+By+Cz+D=0$ ***Тогда числа A,B,C определяют***

1. координаты нормального вектора плоскости

2. отрезки, которые плоскость отсекают на осях координат Ox, Oy, Oz соответственно

3. координаты точки, лежащей в плоскости

4. среди предложенных вариантов нет верного

25. Уравнения $Ax^2 + Bx + Cz^2 + Dy + F = 0$ приводится к каноническому виду при помощи преобразования

1.поворота осей координат

2.параллельного переноса осей координат

3.не существует такого преобразования

26. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ представляет собой

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

27. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ представляет собой

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

Критерии оценки

Текущая аттестация путем тестирования производится в сроки, установленные вузом по завершению темы учебной дисциплины. Оценка «отлично» выставляется при выполнении 90% тестовых заданий, «хорошо» - при выполнении 80% тестовых заданий и «удовлетворительно» - при выполнении 60% тестовых заданий.

1.2. Вопросы для собеседования

Тема 1. «Векторно-координатный метод»

1. Метод координат на прямой.
2. Основные задачи аналитической геометрии на прямой.
3. Расстояние между двумя точками на прямой.
4. Координаты точки, делящей отрезок прямой в данном отношении.
5. Метод координат на плоскости.
6. Декартовая прямоугольная система координат на плоскости.
7. Декартовая косоугольная система координат.
8. Основные задачи аналитической геометрии на плоскости.
9. Полярная система координат.
10. Формулы связи между прямоугольными и декартовыми координатами
11. Проекция отрезка. Основные свойства проекций.
12. Декартовы прямоугольные координаты точки на плоскости.

13. Расстояние между двумя точками на плоскости.
14. Метод координат в пространстве.
15. Декартовая прямоугольная система координат в пространстве.
16. Цилиндрическая система координат.
17. Сферическая система координат.
18. Формулы связи между прямоугольными декартовыми координатами точки и цилиндрическими координатами точки.
19. Формулы связи между прямоугольными декартовыми координатами точки и сферическими координатами точки.
20. Формулы деления отрезка в данном отношении.
21. Формулы деления отрезка пополам.
22. Вычисление площади треугольника по координатам его вершин.
23. Вычисление координат точки, равноудаленной от трех данных точек.
24. Преобразование системы декартовых координат при параллельном сдвиге осей.
25. Преобразование системы декартовых прямоугольных координат при повороте осей.
26. Преобразование системы декартовых прямоугольных координат при изменении начала и повороте осей

Тема 2. «Элементы векторной алгебры»

1. Понятие свободного вектора.

2. Проекции вектора на ось и его основные свойства.

3. Проекции вектора на оси координат. Координаты вектора.

4. Разложение вектора по ортам координатных осей.

5.Модуль вектора.

6. Направляющие косинусы.

7. Определение линейных операций над векторами.

8. Основные свойства линейных операций над векторами.

9. Линейные операции над векторами, заданных своими координатами.

10. Равенство векторов. Коллинеарность векторов.

11. Определение скалярного произведения векторов.

12. Скалярное произведение и его основные свойства.

13. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.

14. Угол между векторами.

15.Проекции вектора на заданное направление.

16. Определение векторное произведения векторов.

17. Основные свойства векторное произведения векторов,

18. Выражение векторного произведения через координаты

перемножаемых векторов.

19. Коллинеарность векторов. Установление коллинеарности векторов .

20. Ортогональность векторов. Установление ортогональности векторов.

21. Определение смешанного произведения трех векторов.

22. Основные свойства смешанного произведения векторов.

23. Выражение смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов.

24. Компланарность векторов. Установление компланарности векторов.

23. Геометрический смысл векторное произведения векторов.

24. Геометрический смысл смешанного произведения векторов.

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

Тема 3. «Линии на плоскости»

1. Понятие уравнения линии на плоскости.
2. Примеры задания уравнений линий на плоскости.
3. Параметрические уравнения линии.
4. Алгебраическое уравнение линии.
5. Угловой коэффициент прямой линии.
6. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
7. Вычисление угла между двумя прямыми линиями.
8. Условия перпендикулярности двух прямых линий.
9. Условия параллельности двух прямых линий.
10. Прямая линия, как линия первого порядка.
11. Общее уравнение прямой линии на плоскости.
12. Неполные уравнения прямой.
13. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
14. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
15. Уравнение прямой «в отрезках».Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости.
16. Нормальное уравнение прямой.
17. Задача вычисления расстояния от данной точки до прямой.
18. Уравнение пучка прямых.
19. Вычисление координат точек пересечения прямой линии с осями координат.
20. Вычисление координат точек пересечения двух данных прямых.
21. Вычисление расстояния между двумя параллельными прямыми.

Тема 4. «Уравнения линий второго порядка»

1. Окружность. Вывод канонического уравнения окружности.

2. Определение эллипса.

3. Вывод канонического уравнения эллипса.

4. Исследование формы эллипса по его уравнению.

5. Эксцентриситет эллипса.

6. Рациональные выражения фокальных радиусов эллипса.

7. Построение эллипса по точкам.

8. Параметрические уравнения эллипса.

9. Эллипс как проекция окружности на плоскость.

10. Эллипс как сечение круглого цилиндра.

11. Определение гиперболы.

12. Вывод канонического уравнения гиперболы.

13. Исследование формы гиперболы по ее уравнению.

14. Эксцентриситет гиперболы.

15.Рациональные выражения фокальных радиусов гиперболы.

16. Директрисы эллипса и гиперболы.

17. Определение параболы.

18. Вывод канонического уравнения параболы.

19. Исследование формы параболы по ее уравнению.

20. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.

21. Диаметры линий второго порядка.

22. Оптические, свойства эллипса, гиперболы и параболы.

23. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.

24. Общее уравнение линий второго порядка.

25.Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

26. Преобразование общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду путем параллельного переноса осей координат.

27. Преобразование общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду путем повороте осей координат.

Раздел. «Аналитическая геометрия в пространстве»

Тема 5. «Плоскости и уравнения прямой линии в пространстве»

1. Поверхность. Уравнение поверхности.

2. Линия в пространстве. Уравнения линии в пространстве.

3. Алгебраические поверхности.

4. Плоскость как поверхность первого порядка.

5. Полное уравнение плоскости.

6. Неполные уравнения плоскостей.

7. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.

8. Уравнение плоскости «в отрезках».

9. Угол между двумя плоскостями.

10. Условие перпендикулярности и параллельности плоскостей.

11. Нормальное уравнение плоскости.

12. Расстояние от точки до плоскости.

13. Уравнения прямой в пространстве.

14. Направляющий вектор прямой.

15. Канонические уравнения прямой.

16. Параметрические уравнения прямой.

17. Уравнения прямой, проходящей через две точки.

18. Общее уравнение прямой.

19. Определение угла между двумя плоскостями.

20. Определение угла между прямой и плоскостью.

21.Условие перпендикулярности двух прямых в пространстве.

22. Условие параллельности двух прямых в пространстве.

23. Условие перпендикулярности прямой и плоскости.

24. Условие параллельности прямой и плоскости.

Тема 6. «Уравнения поверхностей второго порядка»

1. Определение цилиндрической поверхности.

2. Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей.

3. Поверхности вращения.

4. Уравнение поверхности вращения, образованной вращением линии вокруг одной из координатных осей.

5. Метод параллельных сечений.

6.Каноническое уравнение эллипсоида.

7.Исследование формы эллипсоида по его уравнению.

8. Каноническое уравнение однополостного гиперболоида.

7.Исследование формы однополостного гиперболоида по его уравнению.

8. Каноническое уравнение двухполостного гиперболоида.

9. Исследование формы двухполостного гиперболоида по его уравнению.

10. Каноническое уравнение эллиптического параболоида.

11.Исследование формы эллиптического параболоида по его уравнению.

12. Каноническое уравнение гиперболического параболоида.

13. Исследование формы гиперболического параболоида по его уравнению.

15. Конус второго порядка.

16. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.

17. Цилиндры второго порядка.

18. Общее уравнение поверхностей второго порядка.

19. Преобразование общего уравнения поверхностей второго порядка к каноническому виду путем параллельного переноса осей координат.

20. Преобразование общего уравнения поверхностей второго порядка к каноническому виду путем поворота осей координат.

25.Приведение общего уравнения линии поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания предусмотренной программой, усвоивший основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, проявившему творческие способности в понимании, изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответившему на вопросы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний, по дисциплине, ответившему на все вопросы билета, но допустившему при этом непринципиальные ошибки;
- оценка «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на теоретические вопросы и(или) при выполнении практических заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, либо неправильно выполнившему практическое задание, но по указанию преподавателя выполнившим другие задания из того же раздела дисциплины;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему серьезные проблемы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине, не ответившим на вопросы билета и дополнительные вопросы, и неправильно выполнившему практическое задание.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется также если студент:

- после начала собеседования (коллоквиума) отказался его сдавать;

- нарушил правила сдачи собеседования (коллоквиума): списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.

2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

2.1. Примерный перечень вопросов для зачета

1. Система координат на прямой. Метод координат на прямой.
2. Расстояние между двумя точками на прямой
3. Простейшие задачи аналитической геометрии на прямой.
4. Декартовая прямоугольная система координат на плоскости
5. Метод координат на плоскости. Расстояние между двумя точками на плоскости
6. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.
7. Вычисление координат точки, равноудаленной от трех данных точек.
8. Вычисление координат точки, лежащей на оси абцисс (ординат), равноудаленной от двух данных точек.
9. Деление отрезка в данном отношении. Деление отрезка пополам.
10. Вычисление координат конца отрезка по координатам его середины и другого конца.
11. Вычисление координат четвертой вершины параллелограмма по координатам трех его данных вершин.
12. Вычисление площади треугольника по координатам трех его данных вершин.
13. Аффинная и прямоугольная декартова системы координат на плоскости. Основные задачи.
14. Полярная система координат.
15. Связь полярных координат с прямоугольными декартовыми координатами.
16. Прямоугольная декартовая система координат в пространстве. Координаты точки в пространстве.
17. Цилиндрическая система координат. Цилиндрические координаты и их связь с прямоугольными декартовыми координатами.
18. Сферическая система координат. Сферические координаты и их связь с прямоугольными декартовыми координатами.
19. Понятие вектора. Модуль вектора. Направляющие косинусы вектора.
20. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекций.
21. Линейные операции над векторами и их свойства
22. Сложение и вычитание векторов, заданных координатами. Их свойства.
23. Умножение вектора на число. Свойства умножения вектора на число.
24. Коллинеарность векторов. Теорема о коллинеарных векторах.
25. Компланарность векторов. Теоремы о коллинеарных и компланарных векторах.
26. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости векторов.
27. Геометрический смысл линейной зависимости двух и трех векторов.
28. Базис. Координаты вектора в данном базисе. Свойства координат. Ортонормированный базис.
29. Скалярное произведение векторов и его свойства.
30. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
31. Некоторые приложение скалярного произведения к решению задач.
32. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в координатной форме.
33. Геометрический смысл векторного произведения.
34. Некоторые приложения векторного произведения к решению задач.
35. Смешанное произведение векторов и его свойства.
36. Выражение смешанного произведения в координатной форме.
37. Геометрический смысл смешанного произведения.
38. Некоторые приложения смешанного произведения к решению задач.

2.3. Примерный перечень вопросов для экзамена

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства
2. Скалярное произведение векторов и его свойства.
3. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
4. Некоторые приложение скалярного произведения к решению задач.
5. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в координатной форме.
6. Геометрический смысл векторного произведения. Некоторые приложения векторного произведения к решению задач.
7. Смешанное произведение векторов и его свойства.
8. Выражение смешанного произведения в координатной форме.
9. Геометрический смысл смешанного произведения. Приложение к решению задач.
10. Преобразование аффинной системы координат на плоскости и в пространстве.
11. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве.
12. Линия на плоскости. Векторное и параметрические уравнения прямой.
13. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
14. Общее уравнение прямой линии.
15. Полное и неполные уравнения прямой линии.
16. Уравнение прямой линии, проходящей через точку в данном направлении.
17. Уравнение прямой линии, проходящей через две данные точки.
18. Уравнение прямой линии в отрезках.
19. Нормальное уравнение прямой линии.
20. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения прямой линии к нормальному виду.
21. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
22. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
23. Уравнения кривых второго порядка с осями симметрии параллельными координатным осям.
24. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду случай переноса начала координат.
25. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду в случае поворота осей координат.
26. Окружность. Каноническое уравнение окружности.
27. Эллипс. Вывод канонического уравнения.
28. Исследование формы эллипса по его уравнению.
29. Гипербола. Вывод канонического уравнения.
30. Исследование формы гиперболы по ее уравнению.
31. Парабола. Вывод канонического уравнения.
32. Исследование формы параболы по ее уравнению.

Раздел 3. «Аналитическая геометрия в пространстве»

1. Поверхности и линии в пространстве. Уравнения поверхности и линии в пространстве.
2. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
3. Уравнение связки плоскостей. Общее уравнение плоскости.
4. Полные и неполные уравнения плоскостей
5. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
6. Уравнение плоскости в отрезках.
7. Нормальное уравнение плоскости.
8. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
9. Расстояние от точки до плоскости.
10. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
11. Векторное уравнение прямой линии в пространстве. Направляющий вектор прямо
12. Канонические и параметрические уравнения прямой линии в пространстве.
13. Уравнение прямой линии в пространстве, проходящей через две данные точки.
14. Взаимное расположение прямой линии и плоскости в пространстве.
15. Общее уравнение прямой в пространстве.

16. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
17. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
18. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
19. Цилиндрические поверхности.
20. Поверхности вращения. Конические поверхности.
21. Эллипсоид. Свойства эллипсоида.
22. Однополостный и двуполостный гиперболоиды.
23. Эллиптический и гиперболический параболоиды
24. Общее уравнение поверхности.
25. Поверхности вращения. Примеры.
26. Цилиндрические поверхности. Примеры.
27. Конические поверхности. Примеры. Конические сечения.

2.4. Типовые задачи (практические задания)

Тема 1. «Векторно-координатный метод»

Задание 1. На отрезке *AB* найти точку *M*, отстоящую от точки *A(-9)* на расстоянии, вдвое большем чем от точки *B(3).*

Задание 2. Найти точку симметричную точке *A(3)* относительно точки

B(-1).

Задание 3. Найти точку на оси абсцисс, равноудаленную от точек от точек *A(5;13)* и *B(-12;-4).*

Задание 4. Даны две вершины *A(2;-3)*, *B(-1;3),* *B(-1;3)* параллелограмма *ABCD* и точка пересечения его диагоналей O(4; -1). Найти координаты остальных вершин параллелограмма.

Задание 5. Вычислить площадь треугольника, вершинами которого являются точки *A(2; -3), B(3;2)* и *C(-2;5).*

Задание 6. Дан треугольник *ABC* с вершинами в точках *A(-1;3), B(2; -1)* и *C(7;2).* Определить длину биссектрисы угла *A*.

Тема 2 «Элементы векторной алгебры»

Задание 1. Даны три вектора

$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$
$\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$
$\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Необходимо:

a) вычислить скалярное произведение векторов $2\vec{a}, 9\vec{b}$;
b) найти модуль векторного произведения $3\vec{a}$ и $-5\vec{c}$;
c) вычислить смешанное произведение трёх векторов $4\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;
d) проверить будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора $\vec{a}, \vec{c}$;
e) проверить будут ли компланарны три вектора $7\vec{a}, 5\vec{b}, -\vec{c}$.

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

Тема 3. « Уравнение прямой линии на плоскости»

Задание 1.

Даны координаты A(-1, 1), B(1, 4) и C(-3, 2) вершины треугольника *ABC.*

Найти:

a) медиану *AD*;
b) угол ∠*DAC*;
c) прямую, перпендикулярную прямой *AD* и проходящую через точку *C*;
d) прямую, параллельную прямой *AD* и проходящую через точку *B;*
e) расстояние от точки *B* до прямой *AC*.

Тема 4. «Уравнения кривых второго порядка»

Задание 1. Найти уравнение геометрического места центров окружностей, касающихся оси абсцисс и проходящих через точку *A(0;3).*

Задание 2. Найти уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки A(2;2) и оси абсцисс.

Задание3. Определить тип кривой второго порядка и построить ее

а) $\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{16}=1$, б) $x^2+2x-y+2=0$

Раздел 3. «Аналитическая геометрия в пространстве»

Тема 5. «Плоскости и уравнение прямой линии в пространстве»

Задание 1.

Даны четыре точки:

$A_1(1;8;2)$, $A_2(5;6;2)$, $A_3(5;7;4)$, $A_4(4;10;9)$

Требуется:

1. составить уравнения:

a) плоскости $A_1A_2A_3$;
b) прямой A_1A_2;
c) прямой A_4M, перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$;
d) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно прямой A_1A_2;

2. вычислить значения:

a) синуса угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
b) косинуса угла между координатной плоскостью *Oxy* и плоскостью $A_1A_2A_3$.

Тема 6. «Уравнения поверхностей второго порядка»

Задание 1.Определить координаты центров и радиусы сфер, заданных уравнениями:

a) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$

b) $x^2+y^2+z^2-6x+4y+2z-3=0$

Задание 2. Определить тип заданной поверхности.

a) $12x^2+9y^2+4z^2-36=0$;

b) $z=4-x^2$;

c) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}$=1;

d) $x^2-9y^2=0$

Задание 3. Найти уравнение поверхности, полученной при вращении прямой $z=0$ вокруг оси OX.

Задание 4. Исследовать поверхность методом сечений и схематично построить ее $36x^2+16y^2-9z^2+18z=9$.

Задание 5. Установить форму и свойства поверхности второго порядка

$4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$

Пример экзаменационного билета

БИЛЕТ №

1. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
2. Исследование формы эллипсоида по его каноническому уравнению.
3. Даны уравнения двух сторон ромба: $x+2y-7=0$и $x+2y-13=0$ и уравнение его диагонали $x-y+2=0$. Найти координаты вершин ромба и вычислить его площадь.
4. Упростить общее уравнение линии, определить ее тип и расположение на плоскости и изобразить схематично: $2x^2+5y^2+8x-10y-17=0$.

Критерии оценки

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет теоретическими знаниями и навыками по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;
- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет теоретическим знаниями и навыками по решению задачи; в выборе способов доказательств и решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если теоретические знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;
- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях о методах решения по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

1. Оценочные материалы для текущего контроля раздел «Линейная алгебра»

1.1. Тестовые материалы

Вариант 1.

Задания уровня А:

1. Выберите единичную матрицу из числа предложенных:

1) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

2. Укажите матрицу A^{T}, если матрица A=$\begin{pmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{3}\\\mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{1}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\-1 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}3 & 1\\1 & 0\\2 & -1\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\2 & 1 & 3\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}2 & -1\\1 & 0\\3 & 1\end{pmatrix}$.

3. Выберите вектор – столбец из числа предложенных матриц

1) $(1 \quad 0 \quad 0 \quad 1)$;

2) $(1 \quad 1)$;

3) $\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$.

4. Найдите сумму матриц $2\boldsymbol{A}+5\boldsymbol{B}$, если $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{3} & \mathbf{5}\\\mathbf{4} & \mathbf{1}\end{pmatrix}, \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{3}\\\mathbf{1} & \mathbf{-2}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}35 & 56\\35 & -7\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}16 & 25\\13 & -8\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}19 & 31\\22 & 1\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}5 & 8\\5 & -1\end{pmatrix}$.

5. Найдите сумму матриц $\boldsymbol{A^t}+\boldsymbol{B^t}$, если $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{-1}\\\mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{3}\end{pmatrix}, \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0}\\\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{-4}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}3 & 0\\3 & 1\\-1 & -1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}3 & 3 & -1\\0 & 1 & -1\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\3 & 3 & -1\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}-1 & -1\\3 & 1\\3 & 0\end{pmatrix}$.

6. Найдите A^2, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Найдите произведение матриц $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$**, если** $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

1) произведение $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$ не определено;

2) $\begin{pmatrix} 2 & -8 & 0 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} -6 & -20 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -20 & -2 \end{pmatrix}$.

8. Найдите произведение матриц $2\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$**, если** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} -6 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -10 & -4 & -4 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$;

3) произведение $2\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$ не определено;

4) $\begin{pmatrix} -6 & 0 & -10 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

9. Как изменится определитель при транспонировании матрицы?

1) определитель не изменится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

3) значение определителя удвоится;

4) определитель примет значение, обратное исходному.

10. Вычислите определитель 2-го порядка $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

1) -7; 2) -5; 3) 1; 4) 5.

11. Вычислите определитель 3-го порядка $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

1) 98;

2) -30;

3) 90;

4) 104.

12. Выберите невырожденную матрицу из числа предложенных

1) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

13. Найдите минор m_{12} соответствующего элемента определителя $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

1) -2;

2) 13;

3) -5;

4) 5.

14. Найдите алгебраическое дополнение A_{23} соответствующего элемента матрицы $\begin{pmatrix} \mathbf{-4} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{-5} \\ \mathbf{7} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$

1) -18;

2) -19;

3) 18;

4) 19.

15. Найдите значение x, решив уравнение $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

1) $\frac{10}{7}$;

2) 0;

3) $\frac{10}{3}$;

4) $-\frac{2}{3}$.

Задания уровня В:

1. **Найдите матрицу, обратную данной** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

2. Решите систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

3. Вычислите определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -4 & 0 \\ -3 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Вариант 2.

Задания уровня А:

1. Выберите треугольную матрицу из числа предложенных:

1) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

2. Укажите матрицу A^t, если матрица $A = \begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{2} & \mathbf{3}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{4}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\\ -1 & 4\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 3 & 2\\ 4 & -1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 3 & 4\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 4 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

3. Выберите вектор – строку из числа предложенных матриц

1) $\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$;

3) $(0 \quad 1)$;

4) $\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}$.

4. Найдите разность матриц $3\mathrm{A} - 2\mathrm{B}$, если $A = \begin{pmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{5}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{4}\end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{-6}\\ \mathbf{2} & \mathbf{-10}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}6 & 27\\ -7 & 32\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 14\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}6 & 9\\ 1 & 2\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}56 & 3\\ 1 & -8\end{pmatrix}$.

5. Найдите сумму матриц $A^t + \mathrm{B}$, если $A = \begin{pmatrix}\mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{2}\\ \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{1}\\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0}\end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix}\mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{1}\\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{-2}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix}-2 & 3 & 3\\ 2 & 6 & -1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 3 & 6 & 1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 4 & 6 & -1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix}-2 & 4 & 2\\ 1 & 6 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$.

6. Найдите B^2, если $B = \begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{-1} & \mathbf{3}\\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1}\\ \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} -7 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Найдите произведение матриц $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$**, если** $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 15 & 4 & -5 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3) $\begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 1 & 4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$;

4) произведение $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$ не определено;

8. Найдите произведение матриц $\frac{\boldsymbol{A}}{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{B}$**, если** $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{6} & \mathbf{-2} & \mathbf{2} \end{pmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{pmatrix}$

1) произведение $\frac{A}{2} \cdot B$ не определено;

2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & -4 & 0 \\ 0 & -8 & -6 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

9. Как изменится определитель при перестановке двух его параллельных рядов?

1) определитель не изменится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

3) значение определителя удвоится;

4) определитель примет значение, обратное исходному.

10. Вычислите определитель 2-го порядка $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

1) -17;

2) 13;

3) 3;

4) -13.

11. Вычислите определитель 3-го порядка $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$

1) 92;

2) 72;

3) 56;

4) 54.

12. Выберите вырожденную матрицу из числа предложенных.

1) $\begin{pmatrix} -6 & -3 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -8 & 8 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Найдите минор m_{21} соответствующего элемента определителя $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

1) -10;

2) 3;

3) 4;

4) -4.

14. Найдите алгебраическое дополнение A_{32} соответствующего элемента матрицы $\begin{pmatrix} 8 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 6 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

1) 50;

2) 9;

3) -50;

4) -9.

15. Найдите значение x, решив уравнение $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ x & 3 & x \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$

1) 6;

2) 9;

3) 18;

4) -18.

Задания уровень В:

1. Найдите матрицу, обратную данной $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Решите систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_2 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

3. Вычислите определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

№1 Матрица $A = \begin{pmatrix} a & c & 0 & 0 \\ b & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & c \\ 0 & 0 & b & d \end{pmatrix}$ будет иметь оператор:

1) дифференцирования в пространстве $(x^n, x^{n-1}, \dots, 1)$ $R[x]_n$ в базисе;

2) $X \to X\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ в пространстве $M_2(R)$ в базисе из матричных единиц;

3) $X \to A \times B$ (A, B — фиксированные матрицы) в пространстве $M_2(R)$ в базисе, состоящем из матричных единиц.

№2.Линейное преобразование φ в базисе e_1, e_2, e_3, e_4 имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Как будет выглядеть матрица этого же преобразования в базисе: e_1, e_2, e_3, e_4?

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

№3 Выберите верные утверждения:

1) существуют такие A и B, что rg (AB)=rg (BA);

2) всегда rank A=rg (A^TA);

3) для любой матрицы А найдется такая матрица I, что AI=A, IA=A, называемая единичной;

4) из линейно зависимой системы векторов всегда можно выбрать несколько линейно независимых.

5) Всегда rg(?A)=rg A

№4. Невырожденной квадратичной формой называется:

1) невырожденная матрица $(\boldsymbol{rgA = n})$

2) симметричная матрица $A = (a_{ij})$, составленная из коэффициентов квадратичной формы

3) вырожденная матрица $(\boldsymbol{rgA < n})$

№5 Максимальное число линейно независимых вектор-столбцов (строк) называется:

Ответ: *рангом матрицы.*

№6 В линейном пространстве V^2 любые два коллинеарных вектора:

№7 Матрица A-λA называется:

1) собственным значением матрицы А
2) характеристической для А
3) собственным вектором матрицы А

№8 Выберите верные утверждения:

1)не всякая матрица с определителем равным ± 1 , будет ортогональной

2) определитель ортогональной матрицы равен ± 1

3) всякое ортогональное преобразование неизвестных является невырожденным

№9 Оператор $\widetilde{A}$ называется линейным, если выполняются условия:

1) $(\overline{x_1} + \overline{x_2}) = \widetilde{A}(\overline{x_1}) + \widetilde{A}(\overline{x_2}))$;

2) $\widetilde{A}(\lambda\bar{x}) = \lambda\widetilde{A}(\bar{x})$;

3) оба эти условия.

№ 10 Каждому собственному вектору соответствует:

1) конечное число собственных чисел;

2) единственное собственное число;

3) бесконечное множество собственных чисел.

№11 Для нахождения собственных чисел линейного оператора $\widetilde{A}$ необходимо решить уравнение:

1) |A - λE| = 0;

2) |A - λE| < 0;

3) |A - λE| > 0.

№12 Установление соответствия между линейными комбинациями векторов

$\vec{a}$(1; 3; -1) и $\vec{b}$ (-2; 0; -3) и их координатами:

1. $2\vec{a} - \vec{b}$	а) (0; 6; -5)
2. $2\vec{a} + \vec{b}$	б) (4; 6; 1)
3. $\vec{a} - 2\vec{b}$	в) (0; 6; -7)
	г)(5;3;5)
	д)(-3;-3;-7)

№13 Пусть $\phi(\vec{x})$ –линейный оператор. В формуле $\phi(\vec{x}) = \lambda(\vec{x})$ число λ называется:

1) собственным значением оператора ф;

2) собственным вектором оператора ф;

3) нулевым вектором оператора ф.

№14 Для нахождения собственного числа линейного оператора $\phi(\vec{x})$, которому соответствует квадратная матрица А, необходимо решить уравнение:

1)|A + λE|= 0

2)|A - λE|= 0

3)| λE - A|= -1

№15 Множество целых чисел по бинарной операции «сложение» образует:

1) поле;

2) аддитивную абелеву группу;

3) подполе.

№16. Задана линейная комбинация: $0 = k_1 + k_2 + k_3$, где $k_1 = k_2 = 4$, $k_3 = 0$. Векторы …

1) линейно независимы;

2) образуют базис пространства V^3;

3) линейно зависимы.

№ 17 Найти общее решение в зависимости от параметра

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + \lambda x_4 = 2. \end{cases}$$

1) $x_1 = \frac{43-8\lambda}{8-8\lambda} - \frac{9x_3}{8} \quad x_2 = \frac{5}{2-4\lambda} + \frac{x_3}{3} \quad x_4 = \frac{7}{\lambda-1}$

2) $x_1 = \frac{43-8\lambda}{8-8\lambda} - \frac{9x_3}{8} \quad x_2 = \frac{5}{4-4\lambda} + \frac{x_3}{4} \quad x_4 = \frac{5}{\lambda-1}$

3) $x_1 = \frac{3-5\lambda}{6-8\lambda} - \frac{2x_3}{8} \quad x_2 = \frac{5}{1-4\lambda} + \frac{x_3}{4} \quad x_4 = \frac{3}{\lambda-1}$

№ 18 Какие собственные значения будет иметь матрица

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

1) $\lambda_1=18$, $\lambda_2=6$, $\lambda_3=3$

2) $\lambda_1=4>0$, $\lambda_2=6-4\sqrt{2}>0$,$\lambda_3=6+4\sqrt{2}>0$

3) $\lambda_1=2>0$, $\lambda_2=2-\sqrt{2}>0$,$\lambda_3=2+\sqrt{2}>0$

№ 19 Определить, является ли линейным заданное подпространство для указанного пространства?

1) Линейное пространство определено, как множество геометрических векторов. Подпространство — множество векторов с началом в начале координат и лежащих в первом октанте;

2) Линейное пространство определено как всевозможные системы действительных чисел $x=(x_1,x_2,x_3)$. Сложение и умножение на число определены, как $x+y=(x_1+y_1,x_2+y_2,x_3+y_3)$ $ax=(ax_1,ax_2,ax_3)$. Подпространство определено, как $z=(0,z_1,z_2)$

3) Линейное пространство определено как всевозможные многочлены не выше пятой степени. Подпространство — многочлены вида $a_0t^5+a_1t^3+a_3$

№ 20 Примерами линейного пространства являются:

1) единичные матрицы одной размерности;

2) нулевые матрицы одной размерности;

3) ненулевые матрицы одной размерности;

4) квадратные матрицы одной размерности;

5) диагональные матрицы одной размерности.

Вариант 1

1. Модуль комплексного числа $z = 6 + 8i$ равен…

1) 10

2) 6

3) 14

4) 8

2. Комплексное число $z = 2 + 2i$ можно представить в виде …

1) $2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

2) $2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

3) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

4) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

3. Произведение комплексных чисел $z_1 = 4 - i$ и $z_2 = 3 - 7i$ равно …

1) $5 - 30i$

2) $5-26i$

3) $19-30i$

4) $19-26i$

4. Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль $2\sqrt{3}$ и аргумент $\frac{\pi}{6}$, имеет вид...

1) $z=2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

2) $z=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

3) $z=2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

4) $z=2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

5. Частное $\frac{z_1}{z_2}$ комплексных чисел $z_1=1-5i$ и $z_2=1-i$ равно....

1) $3-2i$

2) $2-3i$

3) $2+3i$

4) $3+2i$

6. Найти $|z|$, если $z=-\sqrt{11}+5i$:

1) 6

2) 11

3) 5

4) $\sqrt{11}$

7. Комплексное число $z=\frac{2-5i}{3+i}$ равно ...

1) $0{,}1-1{,}7i$

2) $0{,}5-1{,}25i$

3) $\frac{11}{8}-i\frac{13}{8}$

4) $0{,}1-1{,}3i$

8. Даны два комплексных числа: $z_1=3-5i$ и $z_2=5-4i$. Тогда действительная часть произведения z_1z_2 равна…

1) –5

2) 35

3) 15

4) –37

9. Частное $\frac{z_2}{z_1}$ комплексных чисел $z_1=3-i$ и $z_2=1-7i$ равно ...

1) $1-2i$

2) $-0{,}4-2{,}2i$

3) $1+2i$

4) $-0{,}4-2i$

10. Установите соответствие между алгебраической формой комплексного числа и его тригонометрической формой.

1. $z=2+2i$
2. $z=\sqrt{3}-i$
3. $z=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ:

A) $z=2\left(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6})\right)$ (2)

B) $z=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

C) $z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ (1)

D) $z=\left(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)$ (3)

E) $z = \left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} \right)$

11. Комплексное число $2 - 5i - (1 + 2i) \cdot i$ равно …

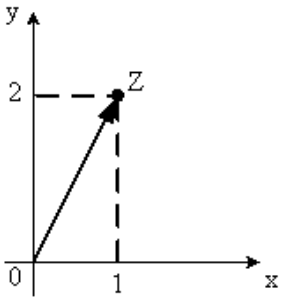
1) $4 - 6i$

2) $-6i$

3) $4 - 4i$

4) $2 - 8i$

12. Алгебраическая форма комплексного числа, изображённого на рисунке



Имеет вид…

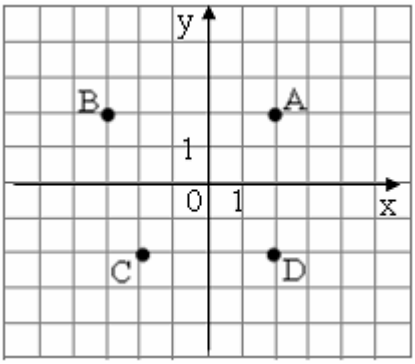
1) $z = 1 + 2i$

2) $z = 2 + i$

3) $z = 1 - 2i$

4) $z = \sqrt{3}$

13. Комплексные числа заданы точками на плоскости



Тогда комплексно-сопряженными числами являются…

1) *A* и *D*

2) *A* и *B*

3) *A* и *C*

4) *D* и *C*

14. Действительная часть комплексного числа $z = \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} \right)^2$ имеет вид...

1) $\cos\pi$

2) $\cos\frac{\pi}{2}$

3) $\cos^2\pi$

4) $\cos^2\frac{\pi}{2}$

15. Произведение комплексного числа $z = 4 - 3i$ на сопряженное число $\bar{z}$ равно...

1) 25

2) $16 - 9i$

3) 5

4) $8 - 6i$

16. Даны комплексные числа $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 3 + 4i$. Тогда $3z_1 - 2z_2$ равно...

1) $-3 - 11i$

2) $9 + 5i$

3) $-3 + 5i$

4) $-7i$

17. Значение комплексного числа $(1 + i\sqrt{3})^9$, вычисленное по формуле Муавра, равно...

1) –512

2) 521

3) –521

4) 512

18. Действительная часть комплексного числа $(3 + 2i)^2$ равна ...

1) 5

2) –13

3) –5

4) 13

19. Если $f(z)=2z^2+4$, тогда значение производной этой функции в точке $z_0=2+i$ равно…

1) $8+4i$

2) $2+i$

3) $4+4i$

4) $8+i$

20. Даны два комплексных числа $z_1=5+4i$ и $z_2=5-4i$. Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1) $z^2-10z+41=0$

2) $z^2+10z+9=0$

3) $z^2-10z-9=0$

4) $z^2+10z+41=0$

21. Даны два комплексных числа $z_1=1+i\sqrt{3}$ и $z_2=1-i\sqrt{3}$. Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1) $z^2-2z+4=0$

2) $z^2+2z-2=0$

3) $z^2-2z-2=0$

4) $z^2+2z+4=0$

22. Действительная часть комплексного числа $z=\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)^2$ имеет

1) $\cos\frac{\pi}{3}$

2) $\cos^2\frac{\pi}{3}$

3) $\cos\frac{\pi}{6}$

4) $\cos^2 \frac{\pi}{6}$

Вариант 2

23. Произведение комплексных чисел $z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = 3 + 4i$ равно …

1) $17 + 6i$

2) $1 + 6i$

3) $1 + 18i$

4) $17 - 18i$

24. Модуль комплексного числа $3 + 4i$ равен…

1) 5

2) 3

3) 4

4) 7

25. Даны комплексные числа $z_1 = 2 - i$ и $z_2 = 3 + 5i$. Тогда $2z_1 - 3z_2$ равно…

1) $-5 - 17i$

2) $-5 + 13i$

3) $-5 + 14i$

4) $-5 + 3i$

26. Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль $\sqrt{2}$ и аргумент $\frac{\pi}{4}$, имеет вид...

1) $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

2) $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

3) $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}-i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

4) $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

27. Частное $\frac{z_1}{z_2}$ комплексных чисел $z_1=2+5i$ и $z_2=-1-i$ равно….

1) $-7-3i$

2) $3+7i$

3) $3-3i$

4) $7+7i$

28. Комплексное число $z=1-i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме имеет вид …

1) $2\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

2) $4\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

3) $\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

4) $2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

29. Частное $\frac{z_2}{z_1}$ комплексных чисел $z_1=-2+i$ и $z_2=-4+7i$ равно …

1) $\cos\frac{\pi}{2}$

2) $\cos^2\frac{\pi}{2}$

3) $\cos^2\pi$

4) $\cos\pi$

30. Действительная часть комплексного числа $(5-2i)^2$ равна…

1) 21

2) 7

3) 29

4) -10

31. Конец радиус-вектора, задающего комплексное число $z = -5 + 2i$, лежит…

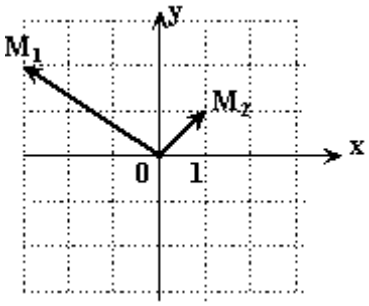
1) Во второй четверти

2) В первой четверти

3) В третьей четверти

4) В четвёртой четверти

32. Комплексные числа z_1 и z_2 заданы соответственно радиус-векторами $\overline{OM_1}$ и $\overline{OM_2}$:



Тогда сумма $z_1 + z_2$, записанная в алгебраической форме, имеет вид…

1) $-2 + 3i$

2) $-3 + 2i$

3) $1 + i$

4) $2i$

33. Аргумент комплексного числа $2 + 2i$ равен…

1) $\frac{\pi}{4}$

2) $\frac{3\pi}{4}$

3) $\frac{\pi}{6}$

4) $\frac{\pi}{3}$

34. Произведение комплексного числа $z = 1 - 2i$ и сопряженного числа $\bar{z}$ равно …

1) 5

2) -3

3) -5

4) $1 - 4i$

35. Действительными решениями уравнения $(1+i)x + (1-i)y = 3 - i$ являются…

1) $x = 1,\ \ y = 2$

2) $x = 2,\ \ y = 1$

3) $x = 3,\ \ y = 0$

4) $x = 0,\ \ y = 3$

36. Даны два комплексных числа: $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 5 - 4i$. Тогда действительная часть произведения $z_1 z_2$ равна…

1) 10

2) 12

3) 22

4) –2

37. Значение комплексного числа $(-\sqrt{2} + i)^8$, вычисленное по формуле Муавра, равно…

1) 81

2) –81

3) 24

4) –24

38. Значение функции $f(z) = z^2$ в точке $z_0 = 3 + 2i$ равно…

1) $7 + 12i$

2) $9+12i$

3) $13+12i$

4) $5+12i$

39. Установите соответствие между комплексным числом и его аргументом

1. $\sqrt{3}+i$
2. $\sqrt{3}-i$
3. $-\sqrt{3}+i$
4. $-\sqrt{3}-i$

Ответ:

A) $\frac{11\pi}{6}$

B) $\frac{2\pi}{3}$ (2)

C) $\frac{5\pi}{6}$ (3)

D) $\frac{7\pi}{6}$ (4)

E) $\frac{\pi}{3}$

F) $\frac{\pi}{6}$ (1)

40. Найти разность $x-y$ из условия равенства двух комплексных чисел:

$5x-2y+(x+y)i=4+5i.$

1) –1

2) 1

3) 5

4) 9

41. Если $z=2+3i$, то сопряжённое ему комплексное число $\bar{z}$ равно...

1) $3-2i$

2) $2-3i$

3) $-2+3i$

4) $3+2i$

42. Установите соответствие между алгебраической формой комплексного числа и его тригонометрической формой

1) $z=1+i\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

2) $z=1+i$

3) $z=-2+i\cdot 2\sqrt{3}$

Ответ:

A) $z=4\left(\cos(-\dfrac{\pi}{3})+i\sin(-\dfrac{\pi}{3})\right)$

B) $z=4\left(\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)$ (3)

C) $z=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$ (1)

D) $z=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$ (2)

E) $z=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$

43. Даны два комплексных числа $z_1=1+i\sqrt{3}$ и $z_2=1-i\sqrt{3}$. Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1) $z^2-2z+4=0$

2) $z^2+2z-2=0$

3) $z^2-2z-2=0$

4) $z^2+2z+4=0$

44. Действительная часть комплексного числа $z=\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)^2$ имеет

1) $\cos\frac{\pi}{3}$

2) $\cos^2\frac{\pi}{3}$

3) $\cos\frac{\pi}{6}$

4) $\cos^2\frac{\pi}{6}$

Критерии оценки:

-оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены, верно - 86%-100 %;

-оценка «хорошо»- выполнены все задания, но допустил ошибки в решении заданий, либо недочеты, если выполнено 71%-85%;

-оценка «удовлетворительно»- выполнены все задания, допущены ошибки заданиях, выполнены, верно -51%-70%……;

-оценка «неудовлетворительно», если выполнено, верно, менее половины заданий -0-50%…….

1.2. Вопросы для собеседования

Раздел 1 и 2.

Множества. Алгебраические структуры. Матрицы. Определители. СЛАУ

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами.
3. Алгебраические операции, группы, кольца, поля. (Общие сведения)
4. Общие сведения о матрицах.
5. Сложение и умножение матрицы на число.
6. Линейные комбинации столбцов (строк) матрицы.
7. Умножение матриц.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Определители и алгебраические дополнения.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Разложения определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа
12. Вычисление определителей.
13. Ранг матрицы и ее свойства.
14. Обратная матрица и порядок ее получения
15. Системы линейных уравнений.
16. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
17. Метод Гаусса.
18. Решение СЛАУ с помощью формул Крамера.
19. Решение СЛАУ методом обратной матрицы
20. Простейшие матричные уравнения.

21. Однородные системы линейных уравнений.

Раздел 3.

Векторные пространства. Линейные операторы

1. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Критерий линейной зависимости.
4. Достаточные условия линейной зависимости.
5. Определение базиса пространства. Размерность пространства.
6. Координаты вектора в данном базисе. Координаты суммы векторов, произведения вектора на число.
7. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
8. Определение подпространства линейного пространства. Примеры подпространств. Линейные оболочки системы векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.
9. Изоморфизм линейных пространств.
10. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Линейные нормированные пространства.
11. Ортонормированная система. Ортонормированный базис.
12. Понятие линейного оператора и основные операции над ними. Примеры линейных операторов. Линейное пространство L(x,y).
13. Обратный оператор и его свойства. Критерий обратимости линейного оператора.
14. Матрица линейного оператора. Представление линейного оператора в данном базисе при помощи матрицы. Матрица суммы операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и обратные операторы. Примеры.
15. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому. Определитель линейного оператора.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Теорема о нахождении собственных векторов линейного оператора.
17. Свойства собственных векторов линейного оператора.
18. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
19. Линейные формы в линейном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису.
20. Квадратичные формы в линейном пространстве. Приведение квадратичной формы к диагональному виду методом Лагранжа.
21. Закон инерции квадратичных форм.
22. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

Разделы IV, V, VI

Комплексные числа. Группы, кольца, поля. Кольцо многочленов

1. Числовое поле. Поле комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма комплексных чисел.
3. Операции над комплексными числами в алгебраической форме
4. Геометрическое представление комплексных чисел
5. Переход от алгебраической формы комплексных чисел к тригонометрической и показа тельной

6. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

7. Тригонометрическая форма комплексного числа.
8. Формула Муавра
9. Извлечение корня из комплексного числа
10. Бинарные операции.
11. Алгебраические операции
12. Понятия: группа, полугруппы.
13. Аксиомы группы
14. Понятия: нейтральные и симметричные элементы.
15. Понятие: гомоморфизм, изоморфизм.
16. Определение и общие свойства колец.
17. Аксиоматика кольца
18. Гомоморфизмы колец. Типы колец.
19. Понятие поля. Характеристики поля.
20. Аксиоматика поля
21. Многочлены от одной переменной.
22. Деление многочленов.
23. Теорема Безу
24. Корни многочлена
25. Кратные корни многочлена
26. Схема Горнера
27. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
28. Многочлены над числовым полем.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания предусмотренной программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, проявившему творческие способности в понимании, изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответившему на вопросы;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний, по дисциплине, ответившему на все вопросы билета, но допустившему при этом непринципиальные ошибки;

- оценка «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, либо неправильно выполнившему практическое задание, но по указанию преподавателя выполнившим другие задания из того же раздела дисциплины;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему серьезные проблемы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по

соответствующей дисциплине, не ответившим на вопросы билета и дополнительные вопросы, и неправильно выполнившему практическое задание.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется также если студент:

- после начала собеседования (коллоквиума) отказался его сдавать;

- нарушил правила сдачи собеседования (коллоквиума) (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.)

1.3. Критерии оценки реферата

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

1.4. Критерии оценки лабораторной работы

Не предусмотрено

1.5. Критерии оценки презентации

Не предусмотрено

1.6. Критерии оценки портфолио

Не предусмотрено

2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

1 семестр	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$
	При каких значениях параметра λ система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно зависимой? $$a_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

	Найдите матрицу перехода $P_{e\to u}$ от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{u_1, u_2\}$: $e_1=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}, e_2=\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}, u_1=\begin{pmatrix}-1\\14\end{pmatrix}, u_2=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$
2 семестр	Даны четыре вектора X_1, X_2, X_3, X_4. Требуется найти все значения z , при которых вектор X_4 линейно выражается через векторы X_1, X_2, X_3. $\begin{cases}X_1=\{3,-1,0\};\\X_2=\{3,-2,1\};\\X_3=\{0,1,-1\};\\X_4=\{5,3,z\}.\end{cases}$
	Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей. $\begin{pmatrix}1 & -3 & 3\\-2 & -6 & 13\\-1 & -4 & 8\end{pmatrix}$
3 семестр	Даны комплексные числа $z_1=2-5i$ и $z_2=1-3i$. Найти а) z_1+z_2, б) z_1-z_2, в) $z_1\cdot z_2$, г) $z_1\cdot\overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.
	Решить уравнение $(2-3i)x+(1+4i)y=3-10i$
	Выяснить, образует ли группу множество матриц порядка *n*, где *n* > 1, относительно умножения.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

2.1. Примерный перечень вопросов для экзамена (зачета).

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами.
3. Алгебраические операции, группы, кольца, поля. (Общие сведения)
4. Общие сведения о матрицах.
5. Сложение и умножение матрицы на число.
6. Линейные комбинации столбцов (строк) матрицы.
7. Умножение матриц.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Определители и алгебраические дополнения.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Разложения определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа
12. Вычисление определителей.
13. Ранг матрицы и ее свойства.
14. Обратная матрица и порядок ее получения
15. Системы линейных уравнений.
16. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
17. Метод Гаусса.
18. Решение СЛАУ с помощью формул Крамера.
19. Решение СЛАУ методом обратной матрицы
20. Простейшие матричные уравнения.
21. Однородные системы линейных уравнений.
22. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
23. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
24. Критерий линейной зависимости.
25. Достаточные условия линейной зависимости.
26. Определение базиса пространства. Размерность пространства.
27. Координаты вектора в данном базисе. Координаты суммы векторов, произведения вектора на число.
28. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
29. Определение подпространства линейного пространства. Примеры подпространств. Линейные оболочки системы векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.
30. Изоморфизм линейных пространств.
31. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Линейные нормированные пространства.
32. Ортонормированная система. Ортонормированный базис.
33. Понятие линейного оператора и основные операции над ними. Примеры линейных операторов. Линейное пространство L(x,y).
34. Обратный оператор и его свойства. Критерий обратимости линейного оператора.
35. Матрица линейного оператора. Представление линейного оператора в данном базисе при помощи матрицы. Матрица суммы операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и обратные операторы. Примеры.

36. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому. Определитель линейного оператора.
37. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Теорема о нахождении собственных векторов линейного оператора.
38. Свойства собственных векторов линейного оператора.
39. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
40. Линейные формы в линейном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису.
41. Квадратичные формы в линейном пространстве. Приведение квадратичной формы к диагональному виду методом Лагранжа.
42. Закон инерции квадратичных форм.
43. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
44. Числовое поле. Поле комплексных чисел.
45. Геометрическое представление комплексных чисел и операции над ними.
46. Тригонометрическая форма комплексного числа.
47. Понятие перестановки и подстановки.
48. Бинарные операции. Понятия: полугруппы, обратимые элементы.
49. Понятие группы. Гомоморфизм. Изоморфизм.
50. Определение и общие свойства колец.
51. Гомоморфизмы колец. Типы колец.
52. Понятие поля. Характеристики поля.
53. Многочлены от одной переменной.
54. Деление многочленов.
55. Теорема Безу
56. Схема Горнера
57. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
58. Многочлены над числовым полем.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

2.2. Типовые задачи (практические задания)

№ 1. Множества

ВАРИАНТ 1

1. A- множество букв в слове «абракадабра», B- множество букв в слове «абрикос», C- множество букв в слове « рок», а D- множество цифр в числе 12112212. Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $(A \setminus B) \cap C = C \setminus (C \cap B)$, если $A \cap B \neq \varnothing$, $C \subset A$, $C \cap B \neq \varnothing$

ВАРИАНТ 2

1.A-множество цифр в числе 37453754, B- множество цифр в числе 873908839, C- множество цифр в числе 898898,а D- множество букв в слове «тур». Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $(C \setminus B) \cap A = (A \setminus B) \cap C$, если $B \cap C \neq \varnothing$, $B \subset A$, $C \subset A$

ВАРИАНТ 3

1. A- множество букв в слове «мороженое», B- множество букв в слове «ремонт», C- множество букв в слове «мор», а D- множество цифр в числе 2233232332. Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства

$C \setminus A \setminus B = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cup B)$, если $A \cap B \cap C \neq \varnothing$

ВАРИАНТ 4

1.A- множество цифр в числе 129112298 , B- множество цифр в числе 45999485, C- множество цифр в числе 44545», а D- множество букв в слове «сон ». Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства

$A \cap (C \setminus B) = C \cap (A \setminus B)$, если $A \subset C$, $B \subset A$

ВАРИАНТ 5

1. A- множество букв в слове «агрегат», B- множество букв в слове «автомат», C- множество букв в слове « ватт», а D- множество цифр в числе «3344434». Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства

$B \setminus (B \cap A) = C \cap (B \setminus A)$, если $B \subset C$, $B \cap A \neq \varnothing$, $A \cap C \neq \varnothing$

ВАРИАНТ 6

1.A- множество цифр в числе 55791991 , B- множество цифр в числе 17722121, C- множество цифр в числе 22221, а D- множество букв в слове «век ». Укажите элементы следующих множеств :а)$A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) CxD ; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства:

$C \cap B=(A \cap B \cap C) \cup (B \cap C \setminus A)$, если $A \cap B \cap C \neq \varnothing$

ВАРИАНТ 7

1. A- множество букв в слове «лекция», B- множество букв в слове «стекло», C- множество букв в слове «лот», а D- множество цифр в числе 4455545. Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) CxD ; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства:

$A \setminus (A \cup C)=(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$, если $B \cap C \neq \varnothing$, $B \subset A$, $C \subset A$

ВАРИАНТ 8

1.A- множество цифр в числе 242464466, B- множество цифр в числе 55664465, C- множество цифр в числе 45544, а D- множество букв в слове «кот ». Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) CxD ; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства:

$(A \cap B) \setminus C =(A \setminus C) \cap (B \setminus C)$, если $A \cap B \neq \varnothing$, $C \subset (A \cap B)$

ВАРИАНТ 9

1.A-множество букв в слове «библиотека», B- множество букв в слове «фонотека», C- множество букв в слове « нота», а D- множество цифр в числе 556556. Укажите элементы следующих множеств : а)$A \cup B$; б)$A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) CxD ; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства:

$(B \setminus A) \setminus C=B \setminus (A \cup C)$, если $A \cap B \neq \varnothing$, $B \cap C \neq \varnothing$, $A \cap C=\varnothing$

ВАРИАНТ 10

1. A- множество цифр в числе 9986776, B- множество цифр в числе 23282988, C- множество цифр в числе 3222332, а D- множество букв в слове «кит ». Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) CxD ; д) дополнение к подмножеству C до множества B.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства:

$A \cap (B \cap C) = B \setminus (A \setminus C)$, если $C \subset B$, $B \subset A$

№ 2. Матрицы. Определители

В-1

1. Вычислить матрицу:

D=4C-(AB)^T, где A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

В-2

1. Вычислить матрицу:

D=(3BC)^T -2A^2, где $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 12 & 13 & 9 \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

В-3

1. Вычислить матрицу: $D=2A^TB+3C^2$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$

$C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: X $X \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

В-4

1. Вычислить матрицу: D=(A+2E)^T-BC^T, где $A=\begin{pmatrix}2&4&-5\\0&1&6\\2&4&4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&4\\1&-3\\2&0\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}4&1\\4&3\\1&5\end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-2&5&4&-7\\-5&2&3&6\\3&7&-1&0\\6&-6&2&4\end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix}2&2&-1&1\\4&3&-1&2\\8&5&-3&4\\3&3&-2&2\end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}2&3&1\\5&8&2\\1&2&1\end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X\begin{pmatrix}4&-2\\-4&7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5\\-4&2\end{pmatrix}$

В-5

1. Вычислить матрицу: D=(BC)^T -6A^2, где $A=\begin{pmatrix}4&0\\3&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&-2&1\\2&4&0\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}2&0\\4&-1\\1&2\end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}3&3&0&2\\3&2&-2&0\\-1&0&1&3\\-1&2&1&3\end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A=\begin{pmatrix}4&3&2&2\\0&2&1&1\\0&0&3&3\end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A=\begin{pmatrix}3&1&4\\1&-1&0\\-1&2&6\end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$

В- 6

1. Вычислить матрицу: D= BC+(3A^2)^T, где $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & -2 & 1\\ 3 & -1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$,

$C=\begin{pmatrix}2 & 1 & -3\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}1 & 3 & 3 & 3\\ -2 & 2 & 2 & 2\\ -2 & -2 & 3 & 2\\ -2 & -2 & -2 & 4\end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 4 & 6 & 8\\ 3 & 6 & 9 & 12\end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 7\\ 6 & 3 & 4\\ 5 & -2 & -3\end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -4\\ 6 & 8\end{pmatrix}$

В-7

1. Вычислить матрицу: D=ABC-(2E)^T, где $B=\begin{pmatrix}4 & 4 & 0\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & -3 & 1\end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}2 & 1 & 4 & 7\\ 1 & -4 & -3 & 2\\ 4 & 1 & 1 & -2\\ 5 & -2 & 3 & 8\end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1 & 2\\ 2 & -1 & 3 & 5\\ 1 & 10 & -6 & 1\end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A=\begin{pmatrix}4 & -1 & 2\\ 1 & 1 & -2\\ 0 & -1 & 3\end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $\begin{pmatrix}-3 & 1\\ -5 & -5\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 5 & 2\end{pmatrix}$

B-8

1. Вычислить матрицу:

D=ABC-$(2E)^T$, где $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}B=\begin{pmatrix}4 & 4 & 0\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & -3 & 1\end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-2 & 1 & 0 & -1\\ 1 & 2 & 0 & 2\\ -2 & -1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 3 & 2\end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1 & 2\\ 2 & -1 & 3 & 5\\ 1 & 10 & -6 & 1\end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A=\begin{pmatrix}-4 & 2 & 1\\ -2 & 0 & -1\\ -1 & 1 & 2\end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $\begin{pmatrix}3 & 2\\ -2 & -2\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$

B-9

1. Вычислить матрицу: D=(A+2E)^T-BC^T, где $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$,

$C=\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A=\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

B-10

1. Вычислить матрицу:

D=(BC)^T -6A^2, где $A=\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы:

A=$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу:

A=$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение:

$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

№ 3. СЛАУ

В-1

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$

В- 2

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 9x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$

В- 3

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$

В- 4

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$

В-5

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$

В- 6

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$

В- 7 К-2

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$

В-8

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 0 \end{cases}$

В-9

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$

В-10

1.Решить методом обратной матрицы: $\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$

2.Решить с помощью формул Крамера: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$

3.Решить методом Гаусса: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$

4.Найти ФСР: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$

№ 4. Векторные пространства

В-1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа; сумма $a + b$, произведение $\lambda \cdot a$.

В-2. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма $a + b$, произведение $\lambda \cdot a$.

В-3. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех векторов трехмерного пространства; сумма $a \cdot b$, произведение $\lambda \cdot a$.

В-4. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех упорядоченных наборов из n чисел $a = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $b = (y_1, y_2, ..., y_n)$; сумма $(x_1 + y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n)$, произведение $(\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda x_n)$.

В-5. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех упорядоченных наборов из n чисел $a = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $b = (y_1, y_2, ..., y_n)$; сумма $(x_1 y_1, x_2 y_2, ..., x_n y_n)$, произведение $(\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda x_n)$.

В-6. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех диагональных матриц $a = (a_{ik})$, $b = (b_{ik})$, $i, k = 1, 2, ..., n$; сумма $(a_{ik} + b_{ik})$, произведение (λa_{ik}).

В-7. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех квадратных матриц $a = (a_{ik})$, $b = (b_{ik})$, $i, k = 1, 2, ..., n$; сумма $(a_{ik} + b_{ik})$, произведение $(\lambda \cdot a_{ik})$.

В-8. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех невырожденных матриц $a = (a_{ik})$, $b = (b_{ik})$, $i, k = 1, 2, ..., n$; сумма $(a_{ik}) \cdot (b_{ik})$, произведение (λa_{ik}).

В-9. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех симметричных матриц $a = (a_{ik})$ $(a_{ik} = a_{ki})$, $b = (b_{ik})$ $(b_{ik} = b_{ki})$, $i, k = 1, 2, ..., n$; сумма $(a_{ik} + b_{ik})$, произведение (λa_{ik}).

В-10. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ?

Множество всех целых чисел; сумма $a + b$, произведение $\lambda \cdot a$.

№ 4. Линейные операторы. Квадратичные формы

В-1

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

В-2

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$

В-3

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

В-4

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

В-5

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

В-6

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

В-7

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

В-8

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

В-9

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & -7 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

В-10

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

№ 5. Комплексные числа

В-1

1.Даны комплексные числа $z_1 = 2 + i$ и $z_2 = 4 - 3i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение (1+i)x+(-2+5i)y=-4+17i

3.Найти $\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6$

В-2

1.Даны комплексные числа $z_1 = 2 - 4i$ и $z_2 = -1 - 3i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение 3(x-iy)-27+17i=4xi-7y

3.Найти $\left(\sqrt{3} - i\right)^6$

В-3

1.Даны комплексные числа $z_1 = 4 - 3i$ и $z_2 = 2 + 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение 6(y+xi)-14=2x-3yi

3.Найти $[\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 57° + i \sin 57°)]^{10}$

В-4

1.Даны комплексные числа $z_1 = -2 + 5i$ и $z_2 = 6 - 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение $(6-2i)x-(3+4i)y=-18-4i$

3.Найти $(1+i)^5$

В-5

1.Даны комплексные числа $z_1=6-i$ и $z_2=4+5i$. Найти а) z_1+z_2, б) z_1-z_2, в) $z_1\cdot z_2$, г) $z_1\cdot\overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение $(5+i)x+(4-3i)y=-6-5i$

3.Найти (1-i$\sqrt{3}$)^9

В-6

1.Даны комплексные числа $z_1=5-2i$ и $z_2=7+i$. Найти а) z_1+z_2, б) z_1-z_2, в) $z_1\cdot z_2$, г) $z_1\cdot\overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение 2x(1+i)+y(5–3i)=4i(x+y)–(x–y)+5i–1

3.Найти $\left(2+i\sqrt{12}\right)^6$

В-7

1.Даны комплексные числа $z_1=5-3i$ и $z_2=2+i$. Найти а) z_1+z_2, б) z_1-z_2, в) $z_1\cdot z_2$, г) $z_1\cdot\overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение 10+3x+6xi-9i=-4y+3yi

3.Найти [$\sqrt{2}$ (cos (-50)+i sin(-50)]^{12}

В-8

1.Даны комплексные числа $z_1=-4+5i$ и $z_2=1+2i$. Найти а) z_1+z_2, б) z_1-z_2, в) $z_1\cdot z_2$, г) $z_1\cdot\overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение 10+3x+6xi-9i=-4y+3yi

3.Найти $\left(1+i\sqrt{3}\right)^{20}$

В-9

1.Даны комплексные числа $z_1 = 2-5i$ и $z_2 = 1-3i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение $\left(3+2i\right)x+\left(5-2i\right)y=11+2i$

3.Найти [5(cos 36°+i sin 36°)]^5

В-10

1.Даны комплексные числа $z_1 = 2-3i$ и $z_2 = -1+2i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2.Решить уравнение $\left(2-3i\right)x+\left(1+4i\right)y=3-10i$

3.Найти $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i\right)^{10}$

№6 Группы. Кольца. Поля

В-1

1. Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество рациональных чисел?

2. Операция * на множестве M = {a, b, c, d} задана таблицей Кэли. Проверьте является ли эта операция коммутативной, существует ли единичный и обратный элементы?

	a	**b**	**c**	**d**
a	b	d	a	c
b	c	a	b	d
c	d	b	c	a
d	a	b	d	c

В-2

1. Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $a+b\sqrt{3}$, где a и b—любые рациональные числа.

2. Доказать, что группа всех действительных чисел по сложению (аддитивная группа действительных чисел) изоморфна группе положительных действительных чисел относительно умножения. (Указание: рассмотреть соответствие $\mathrm{a} \leftrightarrow \lg \mathrm{a}$)

В-3

1. Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $a+b\sqrt[3]{3}$, где a и b— любые рациональные числа.

2. Составить таблицу умножения для группы подстановок степени 3.

В-4

1. Образует ли кольцо (поле) относительно операций сложения и умножения матриц множество M матриц вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, где a,b – любые действительные числа.

2. Образует ли группу множество элементов M={a,b,c,d,e] относительно операции умножения заданной таблицей:

x	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**
a	b	c	d |	e	a
b	c	d	e	a	b
c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d
e	a	b	c	d	e

В-5

1. Образует ли кольцо (поле) относительно операций сложения и умножения матриц множество M матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, где a, b— любые действительные числа.

2. Показать, что все группы, содержащие три элемента (группы третьего порядка), изоморфны между собой.

В-6

1. Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $x + y\sqrt{2}$, где x,y ∈ Q:

2. Образует ли группу относительно операции умножения чисел множество комплексных чисел $\mathrm{M} = \{1, -1, \mathrm{i}, -\mathrm{i}\}$ (i— мнимая единица)? (Можно по таблице Кэли)

В-7

1. Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $x + y\sqrt[3]{2}$, где x. y ∈ Q;

2. Образует ли группу множество элементов M={a,b,c,d,e] относительно операции умножения заданной таблицей:

x	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**
a	b	d	e	c	a
b	e	b	a	d	b
c	d	c	d	a	c
d	b	a	c	e	d
e	a	c	b	d	e

№5 Многочлены

В-1

1. Разделить многочлен $2x^6 + 3x^5 - x^4 + 6x^3 + x^2 - 3x + 17$ на двучлен x=1 по схеме Горнера.

2 Разделить многочлен $x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ на двучлен x=-2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$ и $x^3 - x^2 - 9x + 9$.

4 Найти целые корни многочлена $x^6 - x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 13x^2 - x - 6$

В-2

1. Разделить многочлен $3x^6+4x^5-2x^4+3x^3+x^2-3x+4$ на двучлен x=1 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6-3x^5+5x^4-5x^3+4x^2-2x-6$ на двучлен x=-2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-38x^4+361x^2-900$ и x^3-2x^2-x+2

4 Найти целые корни многочлена $x^6+3x^5-12x^4-6x^3+21x^2+3x-10$ В-3

В-3

1. Разделить многочлен $2x^6+x^5-5x^4-x^3+x^2-2x+5$ на двучлен x=1 по схеме Горнера.

2 Разделить многочлен $4x^6-3x^5+2x^4-x^3+4x^2-2x-3$ на двучлен x=-2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-42x^4+441x^2-400$ и $x^3+5x^2-4x-20$.

4. Найти целые корни многочлена $x^6-11x^4+19x^2-9$

В-4

1. Разделить многочлен $3x^6-2x^5+2x^4-3x^3+2x^2-2x-2$ на двучлен x=1 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $7x^6+5x^5+x^4-2x^3+3x^2-2x-10$ на двучлен x=-2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-38x^4+361x^2-900$ и $x^3-3x^2-16x+48$

4 Найти целые корни многочлена $x^6-17x^4+88x^2-144$ В-5

В-5

1. Разделить многочлен $x^6-2x^5+2x^4-5x^3+2x^2-2x-2$ на двучлен x=1 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6+3x^5-x^4+6x^3+x^2-3x+17$ на двучлен x=2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-42x^4+441x^2-400$ и $x^3-5x^2-9x+45$

4. Найти целые корни многочлена $x^6+2x^5-23x^4-16x^3+136x^2+32x-240$

В-6

1. Разделить многочлен $2x^6-3x^5+5x^4-5x^3+4x^2-2x-6$ на двучлен x=-1 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $3x^6+4x^5-2x^4+3x^3+x^2-3x+4$ на двучлен x=2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-38x^4+361x^2-900$ и x^3-5x^2-x+5

4. Найти целые корни многочлена $x^6+x^5-17x^4-5x^3+64x^2+4x-48$

В-7

1. Разделить многочлен $4x^6-3x^5+2x^4-x^3+4x^2-2x-3$ на двучлен x=1 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6+x^5-5x^4-x^3+x^2-2x+5$ на двучлен x=2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-42x^4+441x^2-400$ и $x^3+5x^2-4x-20$

4. Найти целые корни многочлена $x^6-38x^4+361x^2-900$

В-8

1. Разделить многочлен $7x^6+5x^5+x^4-2x^3+3x^2-2x-10$ на двучлен x= -1 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $3x^6-2x^5+2x^4-3x^3+2x^2-2x-2$ на двучлен x=2 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-38x^4+361x^2-900$ и $x^3+5x^2-16x-80$

4. Найти целые корни многочлена $x^6-42x^4+441x^2-400$

В-9

1. Разделить многочлен $2x^6+3x^5-x^4+6x^3+x^2-3x+17$ на двучлен x=2 по схеме Горнера.

2 Разделить многочлен $x^6-2x^5+2x^4-5x^3+2x^2-2x-2$ на двучлен x=-1 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-42x^4+441x^2-400$ и x^3-x^2-9x+9.

4. Найти целые корни многочлена $x^6-x^5-8x^4+2x^3+13x^2-x-6$

В-10

1. Разделить многочлен $3x^6+4x^5-2x^4+3x^3+x^2-3x+4$ на двучлен x=2 по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6-3x^5+5x^4-5x^3+4x^2-2x-6$ на двучлен x=-1 методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6-38x^4+361x^2-900$ и x^3-2x^2-x+2

4. Найти целые корни многочлена $x^6+3x^5-12x^4-6x^3+21x^2+3x-10$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.